Mathematik * Jahrgangsstufe 11 * Darstellung von Juliamengen mit Excel

Rückwärtsiteration in MULTILAB

cx = -0,75 ; cy=0,1;
sx = 2 ; sy = 1,6 ; i = 1 ;
WIEDERHOLE
    h = sqrt((sx-cx)^2+(sy-cy)^2) ; v = 1 ;
    WENN Zufall>0,5 DANN v = -1 ENDEWENN
    x = v * sqrt(0,5*(sx – cx + h))
    WENN x = 0 DANN x = 0,0001 ENDEWENN
    y = (sy – cy) / (2*x)
    sx = x ; sy = y ; i = i + 1 ;
    WENN i > 50 DANN Punkt ENDEWENN
BIS i > 3000

Mathematische Grundlagen

der Rückwärtsiteration :
Aus

$$w_x + i\cdot w_y = (z_x + i\cdot z_y)^2 + c_x + i\cdot c_y$$

folgt mit

$$h = \sqrt{(w_x - c_x)^2 + (w_y - c_y)^2} \quad :$$

$$z_x = \pm\sqrt{0{,}5\cdot(w_x - c_x + h)} \quad \text{und}$$

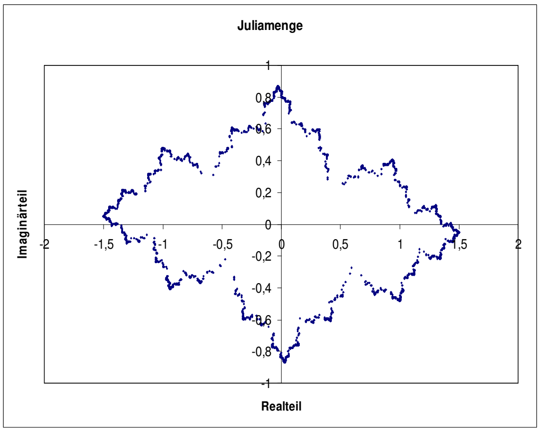
$$z_y = (w_y - c_2)/(2\cdot z_x)$$

$$(s_x \triangleq w_x \ ;\ s_y \triangleq w_y \ ;\ x \triangleq z_x \ ;\ y \triangleq z_y)$$

Rückwärtsiteration in Excel:

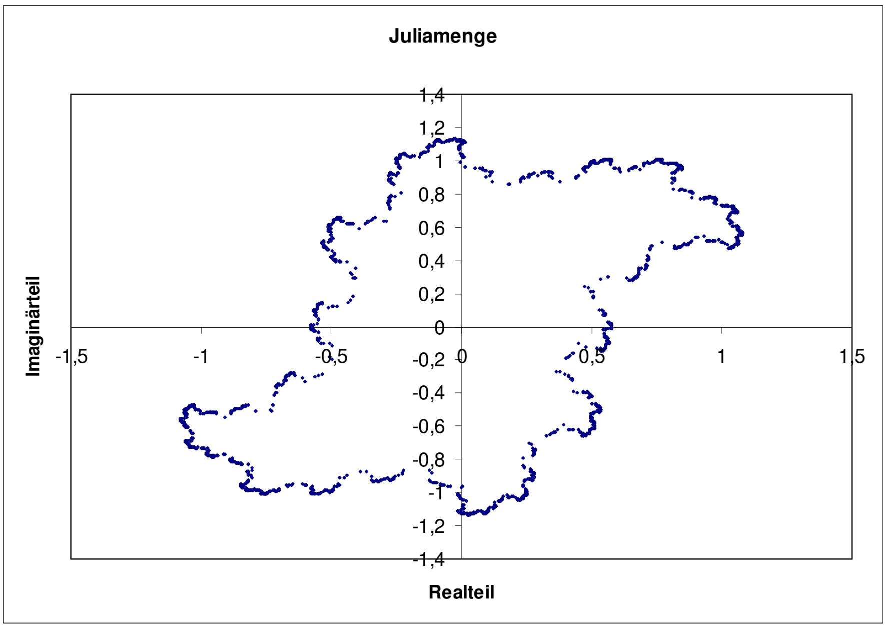
	A	B	C	D
1	Julia-Mengen			
3	Zahl c		Startzahl	
4	Realteil	Imaginärteil	Realteil	Imaginärteil
5	cx	cy	sx	sy
6	-0,75	0,1	2	1,5
7				
8	Vorzeichen	Hilfszahl h	Juliapunkt	
9	v	h	x	y
10	1	3,08585482	1,7081942	0,40978947
11	1	2,47763763	1,57096019	0,09859877
12	-1	2,32096061	-1,52346986	0,00045988

Juliamenge für c = - 0,75 + 0,1 · i



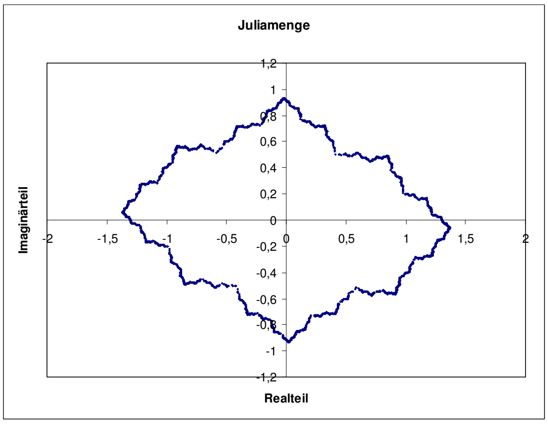
	A	B
8	Vorzeichen	Hilfszahl h
9	v	h
10	=WENN(ZUFALLSZAHL()>0,5;1;-1)	=WURZEL((C6-A6)*(C6-A6)+(D6-B6)*(D6-B6))

	C	D
8	Juliapunkt	
9	x	y
10	=A10*WURZEL(0,5*(C6-A6+B10))	=WENN(C10=0;0,0000001;(D6-B6)/(2*C10))

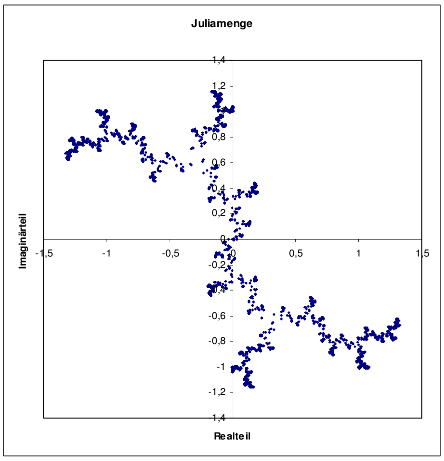


Juliamenge
für
c = 0,2 – 0,5 · i

Zu jedem Punkt $c = c_x + i \cdot c_y$ der Gaußschen Zahlenebene kann man die Juliamenge J_c bilden. Hierbei gilt stets:
Eine Juliamengen ist entweder zusammenhängend oder total unzusammenhängend.



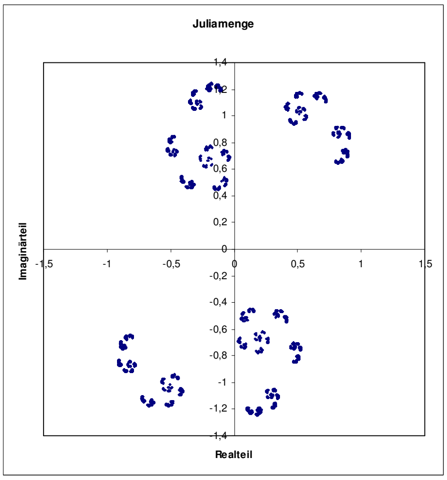
c = – 0,5 + 0,1 i



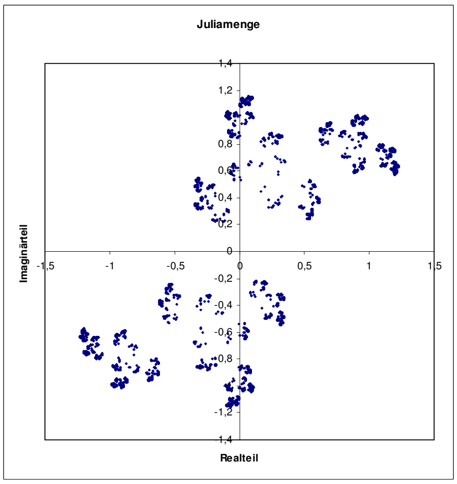
c = i

Hier zwei zusammenhängende Juliamengen,

für c = i ein so genannter Dendrit.



c = 0,6 – 0,4 i

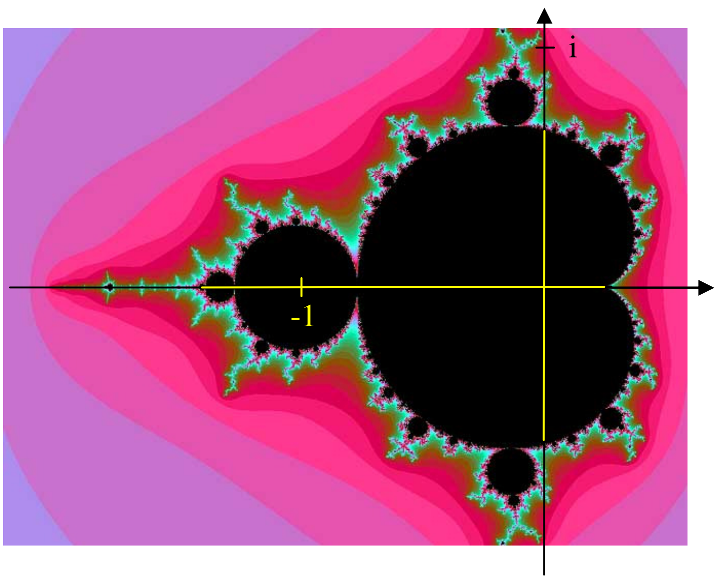


c = 0,1 – 0,8 i

Und hier noch zwei total unzusammenhängende Juliamengen

Alle Punkte der Gaußschen Zahlenebene, deren Juliamenge zusammenhängend ist, bilden eine Menge, die als Apfelmännchen bekannt ist. Der Rand dieser Menge ist eine äußerst komplizierte, fraktale Menge.

Und hier ein Übersichtsbild des Apfelmännchens:



Die zum Apfelmännchen gehörenden Punkte kann man auch noch so charakterisieren:

c gehört zum Apfelmännchen, wenn alle Punkte der Iteration
$z_o = c$ und
$z_{n+1} = z_n^2 + c$
in der „Nähe“ des Punktes 0 bleiben, also nicht ins Unendliche flüchten.