

## Mathematik \* Jahrgangsstufe 11 \* Aufgaben zu Kurvenscharen

Führen Sie jeweils die Diskussion der Kurvenschar durch und skizzieren Sie „typische Graphen“ der Schar. Bestimmen Sie gegebenenfalls die Kurven, auf denen Hoch-, Tief- oder Wendepunkte der Schar liegen.

Prüfen Sie zum Schluss Ihre Ergebnisse mit geeigneter Software.

1.  $f_k(x) = x^2 - kx + 1$   $k \in \mathbb{R}$

2.  $f_k(x) = x^2 + kx$   $k \in \mathbb{R}^+$

3.  $f_k(x) = kx^2 - \frac{1}{k}x$   $k \in \mathbb{R}^+$

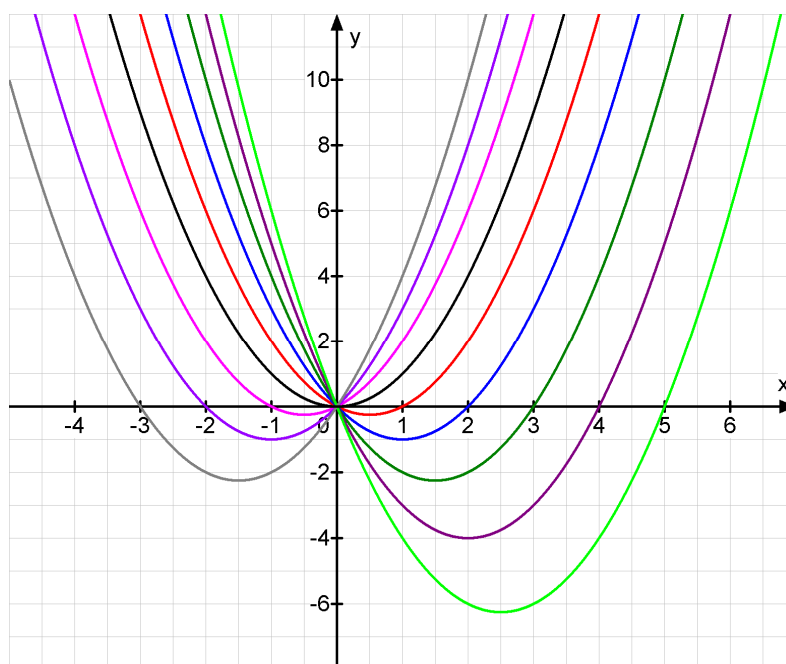
4.  $f_k(x) = kx^2 + (k+1)x$   $k \in \mathbb{R}^+$

5.  $f_k(x) = x^3 + kx^2$   $k \in \mathbb{R}$

6.  $f_k(x) = x^3 + kx^2 + x$   $k \in \mathbb{R}_0^+$

7.  $f_k(x) = \frac{kx}{k+x^2}$   $k \in \mathbb{R}^+$

8.  $f_k(x) = \frac{10x(2k-x)}{1+k^3}$   $k \in \mathbb{R}^+$



## Aufgaben zu Kurvenscharen \* Lösungen

- Für  $k=2$  doppelte Nullstelle bei  $x=1$ ; für  $k=-2$  doppelte Nullstelle bei  $x=-1$   
für  $k > 2$  bzw.  $k < -2$  zwei Nullstellen bei  $x_{1/2} = 0,5 \cdot (k \pm \sqrt{k^2 - 4})$   
Tiefpunkt:  $TIP(\frac{k}{2} / 1 - \frac{k^2}{4})$ ; Kurve der Tiefpunkte:  $y = 1 - x^2$  mit  $x \in \mathbb{R}$
- Nullstellen:  $x_1 = -k$ ;  $x_2 = 0$   
Tiefpunkt:  $TIP(-\frac{k}{2} / -\frac{k^2}{4})$ ; Kurve der Tiefpunkte:  $y = -x^2$  mit  $x \in \mathbb{R}^-$
- Nullstellen:  $x_1 = 0$ ;  $x_2 = \frac{1}{k^2}$   
Tiefpunkt:  $TIP(\frac{1}{4k^2} / -\frac{3}{16k^3})$ ; Kurve der Tiefpunkte:  $y = -1,5 \cdot x \cdot \sqrt{x}$  mit  $x \in \mathbb{R}^+$
- Nullstellen:  $x_1 = 0$ ;  $x_2 = -1 - \frac{1}{k}$  Tiefpunkt:  $TIP(-\frac{k+1}{2k} / -\frac{(k+1)^2}{4k})$   
Kurve der Tiefpunkte:  $y = \frac{x^2}{1+2x}$  mit  $x \in ]-\infty; -\frac{1}{2}[$
- Nullstellen:  $x_{1/2} = 0$ ;  $x_3 = -k$  für  $k=0$  Terrassenpunkt  $TP(0/0)$   
für  $k > 0$ :  $TIP(0/0)$ ;  $HOP(-\frac{2k}{3} / \frac{4k^3}{27})$  Kurve der HOP:  $y = -\frac{1}{2}x^3$  mit  $x \in \mathbb{R}^-$   
für  $k < 0$ :  $TIP(-\frac{2k}{3} / \frac{4k^3}{27})$ ;  $HOP(0/0)$  Kurve der TIP:  $y = -\frac{1}{2}x^3$  mit  $x \in \mathbb{R}^+$   
für alle  $k$ : Wendepunkt  $WP(-\frac{k}{3} / \frac{2k^3}{27})$  Kurve der WP:  $y = -2x^3$  mit  $x \in \mathbb{R}$
- für  $0 \leq k < 2$  gibt es genau eine NSt.  $x_1 = 0$ ; für  $k = 2$  gibt es zwei NSt.  $x_1 = 0$ ;  $x_2 = -1$   
für  $k > 2$  gibt es drei NSt.  $x_1 = 0$ ;  $x_{2/3} = \frac{1}{2}(-k \pm \sqrt{k^2 - 4})$   
für  $k > \sqrt{3}$  gibt es HOP( $\frac{1}{3}(-k - \sqrt{k^2 - 3} / \dots)$ ) und TIP( $\frac{1}{3}(-k + \sqrt{k^2 - 3} / \dots)$ )  
für  $k = \sqrt{3}$  gibt es Terrassenpunkt  $TP(-\frac{\sqrt{3}}{3} / -\frac{\sqrt{3}}{9})$   
für alle  $k \in \mathbb{R}_o^+$  Wendepunkt  $WP(-\frac{k}{3} / \frac{2k^3}{27} - \frac{k}{3})$  Kurve der WP:  $y = -2x^3 + x$  mit  $x \in \mathbb{R}_o^-$
- Nullstellen:  $x_1 = 0$   
Hochpunkte:  $HOP(\sqrt{k} / \frac{\sqrt{k}}{2})$ ; Kurve der Hochpunkte:  $y = \frac{1}{2}x$  mit  $x \in \mathbb{R}^+$   
Tiefpunkte:  $TIP(-\sqrt{k} / -\frac{\sqrt{k}}{2})$ ; Kurve der Hochpunkte:  $y = \frac{1}{2}x$  mit  $x \in \mathbb{R}^-$
- Nullstellen:  $x_1 = 0$ ;  $x_2 = 2k$   
Hochpunkt:  $HOP(k / \frac{10k^2}{1+k^3})$ ; Kurve der Hochpunkte:  $y = \frac{10x^2}{1+x^3}$  mit  $x \in \mathbb{R}^+$