Typische Aufgaben zu reellen Funktionen * Jahrgangsstufe 11

1. Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich und alle Nullstellen!

a) $f(x) = \frac{2x+1}{x^2 - x}$ b) $g(x) = -\sqrt{-x^2 + 9}$ c) $h(x) = \sqrt{\frac{2x+6}{3x}}$

d) $k(x) = \frac{3x^2 - 5x + 4}{-2x^2 + x + 1}$ e) $l(x) = \frac{2x^7 - 4x^5}{\sqrt{x^2+3} - 1}$ f) $m(x) = \sqrt{\frac{3x}{\sqrt{x-12}}}$

2. Prüfen Sie auf Symmetrie!

a) $f(x) = x^8 - 3x^6 + 5$ b) $g(x) = 5x^5 + 2x^3 - x$

c) $h(x) = \frac{x}{x^4 + x^2}$ d) $k(x) = (x-3)^2 + 5$

3. In welchen Intervallen ist die Funktion monoton?

a) $f(x) = -2x^2 + 4x + 3$ b) $g(x) = \sqrt{x^2 - 1}$

c) $h(x) = \frac{1}{x+1}$ d) $k(x) = \frac{-2}{x^2}$

4. In welchen Definitionsbereichen ist die Funktion umkehrbar? Bestimmen Sie jeweils die Umkehrfunktion und geben Sie deren Definitionsbereich an!

a) $f(x) = -2x^2 + 1$ b) $g(x) = -\sqrt{2x+3}$

Typische Aufgaben zu reellen Funktionen * Jahrgangsstufe 11

Lösungen:

1 a) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{ 0 ; 1 \}$ NSt.: $x_1 = -0{,}5$

b) $D_g = [-3 ; 3]$ NSt.: $x_{1/2} = \pm 3$

c) $D_h = \mathbb{R} \setminus] -3 ; 0]$ NSt.: $x_1 = -3$

d) $D_k = \mathbb{R} \setminus \{ -\frac{1}{2} ; 1 \}$ keine NSt.

e) $D_l = \mathbb{R}$ NSt.: $x_1 = 0$; $x_{2/3} = \pm \sqrt{2}$

f) $D_m =] 12 ; \infty [$ keine NSt.

2 a) Achsensymmetrie zur y-Achse b) Punktsymmetrie zum Ursprung

c) Punktsymmetrie zum Ursprung d) Achsensymmetrie zu $x = 3$

3 a) f ist in $[1 ; \infty [$ streng monoton fallend und in $] -\infty ; 1]$ streng monoton steigend.

b) f ist in $[1 ; \infty [$ streng monoton steigend und in $] -\infty ; 1]$ streng monoton fallend.

c) h ist streng monoton fallend sowohl in $] -\infty ; -1]$ wie auch in $[-1 ; \infty [$.

d) k ist streng monoton fallend in $\mathbb{R}^-$ und streng monoton steigend in $\mathbb{R}^+$.

4 a) f ist umkehrbar in
$D_{f_1} = \mathbb{R}_o^+$ mit $f_1^{-1}(x) = \frac{1}{2}\sqrt{2-2x}$ und $D_{f_1^{-1}} =] -\infty ; 1]$
und in
$D_{f_2} = \mathbb{R}_o^-$ mit $f_2^{-1}(x) = -\frac{1}{2}\sqrt{2-2x}$ und $D_{f_2^{-1}} =] -\infty ; 1]$

b) g ist umkehrbar in $D_g = [-1{,}5 ; \infty [$ mit $g^{-1}(x) = \frac{x^2}{2} - 1{,}5$ und $D_{g^{-1}} = \mathbb{R}_0^-$.