*** Mathematik Jahrgangsstufe 11 * Typische Aufgaben zu reellen Funktionen ***

1. Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich und alle Nullstellen!

a) $f(x) = \frac{2x+1}{x^2 - x}$ b) $g(x) = -\sqrt{-x^2 + 9}$ c) $h(x) = \sqrt{\frac{2x+6}{3x}}$

d) $k(x) = \frac{3x^2 - 5x + 4}{-2x^2 + x + 1}$ e) $l(x) = \frac{2x^7 - 4x^5}{\sqrt{x^2+3} - 1}$ f) $m(x) = \sqrt{\frac{3x}{\sqrt{x-12}}}$

g) $n(x) = x^3 - 52x - 96$

2. Prüfen Sie auf Symmetrie!

a) $f(x) = x^8 - 3x^6 + 5$ b) $g(x) = 5x^5 + 2x^3 - x$

c) $h(x) = \frac{x}{x^4 + x^2}$ d) $k(x) = (x-3)^2 + 5$

3. In welchen Intervallen ist die Funktion monoton?

a) $f(x) = -2x^2 + 4x + 3$ b) $g(x) = \sqrt{x^2 - 1}$

c) $h(x) = \frac{1}{x+1}$ d) $k(x) = \frac{-2}{x^2}$

4. In welchen Definitionsbereichen ist die Funktion umkehrbar? Bestimmen Sie jeweils die Umkehrfunktion und geben Sie deren Definitionsbereich an!

a) $f(x) = -2x^2 + 1$ b) $g(x) = -\sqrt{2x+3}$

5. Geben Sie die Funktion abschnittsweise ohne Verwendung von Betragsstrichen und ohne Verwendung der Signum-Funktion an. Skizzieren Sie anschließend den Graphen!

a) $f(x) = x \cdot |x-2| \cdot \operatorname{sgn}(1-x)$

b) $g(x) = \frac{|x^2 - 2x - 3| \cdot x \cdot \operatorname{sgn}(1+x)}{|x^2 - 3x|}$

*G.R.*

Lösungen:

1 a ) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{ 0 ; 1 \}$ NSt.: $x_1 = -0{,}5$

b ) $D_g = [ -3 ; 3 ]$ NSt.: $x_{1/2} = \pm 3$

c ) $D_h = \mathbb{R} \setminus ] -3 ; 0 ]$ NSt.: $x_1 = -3$

d ) $D_k = \mathbb{R} \setminus \{ -\frac{1}{2} ; 1 \}$ keine NSt.

e ) $D_l = \mathbb{R}$ NSt.: $x_1 = 0$ ; $x_{2/3} = \pm\sqrt{2}$

f ) $D_m = ] 12 ; \infty [$ keine NSt.

g ) $D_n = \mathbb{R}$ ; NSt.: $x_1 = -2$ ; $x_2 = -6$ ; $x_3 = 8$

2 a ) Achsensymmetrie zur y-Achse b ) Punktsymmetrie zum Ursprung

c ) Punktsymmetrie zum Ursprung d ) Achsensymmetrie zu $x = 3$

3 a ) f ist in $[ 1 ; \infty [$ streng monoton fallend und in $] -\infty ; 1 ]$ streng monoton steigend.

b ) f ist in $[ 1 ; \infty [$ streng monoton steigend und in $] -\infty ; 1 ]$ streng monoton fallend.

c ) h ist streng monoton fallend sowohl in $] -\infty ; -1 ]$ wie auch in $[ -1 ; \infty [$ .

d ) k ist streng monoton fallend in $\mathbb{R}^-$ und streng monoton steigend in $\mathbb{R}^+$.

4 a ) f ist umkehrbar in
$D_{f_1} = \mathbb{R}_0^+$ mit $f_1^{-1}(x) = \frac{1}{2}\sqrt{2-2x}$ und $D_{f_1^{-1}} = ] -\infty ; 1 ]$
und in
$D_{f_2} = \mathbb{R}_0^-$ mit $f_2^{-1}(x) = -\frac{1}{2}\sqrt{2-2x}$ und $D_{f_2^{-1}} = ] -\infty ; 1 ]$

b ) g ist umkehrbar in $D_g = [ -1{,}5 ; \infty [$ mit $g^{-1}(x) = \frac{x^2}{2} - 1{,}5$ und $D_{g^{-1}} = \mathbb{R}_0^+$.

5 a ) $$f(x) = \left\{ \begin{array}{ll} -x^2 + 2x & , \text{ falls } 2 \le x \\ x^2 - 2x & , \text{ falls } 1 < x < 2 \\ 0 & , \text{ falls } x = 1 \\ -x^2 + 2x & , \text{ falls } x < 1 \end{array} \right\}$$

b ) $$g(x) = \left\{ \begin{array}{ll} x + 1 & ; \text{ falls } 3 < x \text{ oder } 0 < x < 3 \\ -x - 1 & ; \text{ falls } -1 < x < 0 \text{ oder } x < -1 \\ 0 & ; \text{ falls } x = -1 \end{array} \right\}$$

G.R.