

Bruchgleichungen für die Jahrgangsstufe 8

1. Löse die folgende Bruchgleichung!

Bestimme den Hauptnenner und die Definitionsmenge und anschließend die Lösung!

a)
$$\frac{1 + 4x}{27 + 18x + 3x^2} - \frac{x - 5}{2x^2 - 18} = \frac{5}{6x + 18}$$

b)
$$1 + \frac{x}{\frac{2}{3+x}} = 4 + x$$

2. Gesucht ist ein Bruch.

Der Nenner ist um 15 größer als der Zähler. Addiert man zum Zähler und zum Nenner jeweils die Zahl 7, so hat der entstehende Bruch den Wert 0,5.

Wie lautet der gesuchte Bruch?

3. Gesucht ist die Differenz zweier Zahlen.

Die Summe der beiden Zahlen beträgt 2 und der Quotient der beiden Zahlen hat den Wert 0,8.

Bestimme die (positive) Differenz der beiden Zahlen!

4. Zum vollständigen Auffüllen eines leeren Wasserbeckens benötigt ein Zulauf 1 genau 8 Stunden, ein Zulauf 2 dagegen nur 7 Stunden.

Nach welcher Zeit insgesamt ist das Becken voll, wenn zunächst 3 Stunden lang nur über Zulauf 1 Wasser einströmt und anschließend Zulauf 2 zusätzlich hinzugenommen wird?



Lösungen zu den Übungsaufgaben für die Klasse 8d * Mathematik

$$1. \quad a) \quad \frac{1+4x}{27+18x+3x^2} - \frac{x-5}{2x^2-18} = \frac{5}{6x+18}$$

$$N_1 = 3 \cdot (x+3) \cdot (x+3); \quad N_2 = 2 \cdot (x-3) \cdot (x+3); \quad N_3 = 6 \cdot (x+3);$$

$$HN = 6 \cdot (x+3) \cdot (x+3) \cdot (x-3) = 2 \cdot (x-3) \cdot N_1 = 3 \cdot (x+3) \cdot N_2 = (x-3) \cdot (x+3) \cdot N_3$$

$$D = \mathbb{Q} \setminus \{-3; +3\}$$

Multipliziert man die Bruchgleichung mit dem HN, so erhält man nach dem Kürzen:

$$(1+4x) \cdot 2 \cdot (x-3) - (x-5) \cdot 3 \cdot (x+3) = 5 \cdot (x-3) \cdot (x+3) \Leftrightarrow$$

$$8x^2 - 22x - 6 - (3x^2 - 6x - 45) = 5x^2 - 45 \Leftrightarrow$$

$$5x^2 - 16x + 39 = 5x^2 - 45 \Leftrightarrow -16x = -84 \Leftrightarrow x = \frac{84}{16} = \frac{21}{4} = 5,25; \quad L = \left\{ \frac{21}{4} \right\}$$

$$b) \quad \frac{x}{1 + \frac{2}{3+x}} = 4+x \Leftrightarrow \frac{x}{\frac{3+x+2}{3+x}} = 4+x \Leftrightarrow \frac{x \cdot (3+x)}{5+x} = 4+x \Leftrightarrow$$

$$x \cdot (3+x) = (5+x) \cdot (4+x) \Leftrightarrow 3x + x^2 = 20 + 9x + x^2 \Leftrightarrow -20 = 6x \Leftrightarrow x = -\frac{10}{3}$$

$$L = \left\{ -\frac{10}{3} \right\} \quad \text{denn } D = \mathbb{Q} \setminus \{-3; -5\}$$

$$2. \quad \text{gesuchter Bruch } \frac{x}{y}. \quad (1) \quad y = x+15 \quad (2) \quad \frac{x+7}{y+7} = \frac{1}{2} \quad \text{setze (1) in (2) ein:}$$

$$\frac{x+7}{x+15+7} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2 \cdot (x+7) = 1 \cdot (x+22) \Leftrightarrow 2x + 14 = x + 22 \Leftrightarrow$$

$$x = 8 \quad \text{und damit } y = 8+15 = 23 \quad \text{also } \frac{x}{y} = \frac{8}{23}$$

$$3. \quad (1) \quad x+y = 2 \quad (2) \quad \frac{x}{y} = \frac{8}{10}$$

setzt man (1) $y = 2 - x$ in (2) ein, so erhält man:

$$\frac{x}{2-x} = \frac{4}{5} \Leftrightarrow 5x = 8 - 4x \Leftrightarrow 9x = 8 \Leftrightarrow x = \frac{8}{9} \quad \text{und damit } y = \frac{10}{9}$$

$$\text{die gesuchte Differenz lautet also } y - x = \frac{10}{9} - \frac{8}{9} = \frac{2}{9}$$

$$4. \quad \text{Pro Stunde schafft Zulauf 1 gerade } \frac{1}{8} \text{ und Zulauf 2 genau } \frac{1}{7} \text{ des Beckens.}$$

Nach 3 Stunden sind also $\frac{3}{8}$ des Beckens gefüllt, $\frac{5}{8}$ dagegen noch leer.

Beide Zuläufe schaffen pro Stunde $\frac{1}{8} + \frac{1}{7} = \frac{15}{56}$ des Beckens. Sie benötigen damit

$$\text{Zusammen noch } \frac{5}{8} : \frac{15}{56} = \frac{5 \cdot 56}{8 \cdot 15} = \frac{7}{3} \text{ Stunden} = 2 \text{ h } 20 \text{ min.}$$

Insgesamt dauert es also 5h20min.