

Mathematik * Jahrgangsstufe 8 * Lineare Gleichungssysteme

Aufgabe 1

Sonja stellt ihrem Bruder Tobias folgende Aufgabe:

a) **Finde drei Zahlen, deren Summe genau 100 ergibt!**

Warum findet Tobias diese Aufgabe sehr einfach?

Welche Antworten kann Tobias geben?

Notiere mögliche Antworten hier:

Aufgabe 2

Sonja erweitert nun ihre Aufgabe:

b) **Finde drei Zahlen, deren Summe genau 100 ergibt! (1)** Zusätzlich soll gelten:
Die größte der Zahlen soll um 10 kleiner als die Summe der beiden anderen sein! (2)

Zur Lösung der Aufgabe ordnet Tobias den drei Zahlen die Variablen x , y und z zu.

Formuliere die zwei Bedingungen mit diesen Variablen und finde geeignete Lösungen dieser Aufgabe!

(1)

(2)

Lösung:

Mögliche Antworten:

Aufgabe 3

Sonja fordert ihren Bruder noch weiter heraus und fügt zu ihrer Aufgabe eine weitere Bedingung für die drei Zahlen hinzu. Ihre Aufgabe lautet nun:

(1) **Finde drei Zahlen, deren Summe genau 100 ergibt!** und

(2) **Die größte der Zahlen soll um 10 kleiner als die Summe der beiden anderen sein!**
Zusätzlich soll noch gelten:

(3) **Von den beiden kleineren Zahlen ist eine viermal so groß wie die andere!**

Gib die drei Bedingungen mit den Variablen x , y und z an und löse erneut die Aufgabe!

(1)

(2)

(3)

Aufgabe 4

Was passiert, wenn Sonja eine weitere Bedingung an die drei Zahlen stellt?

Erfinde selbst eine zusätzliche Bedingung (4) und überlege die Auswirkung auf die Lösung!

Mathematik * Jahrgangsstufe 8 * Lineare Gleichungssysteme

Aufgabe 1

Sonja stellt ihrem Bruder Tobias folgende Aufgabe:

a) **Finde drei Zahlen, deren Summe genau 100 ergibt!**

Warum findet Tobias diese Aufgabe sehr einfach?

Tobias hat viele Möglichkeiten!

Welche Antworten kann Tobias geben?

Notiere mögliche Antworten hier:

10, 10, 80 oder 20, 30, 50, oder ...

Aufgabe 2

Sonja erweitert nun ihre Aufgabe:

b) **Finde drei Zahlen, deren Summe genau 100 ergibt! (1)** Zusätzlich soll gelten:
Die größte der Zahlen soll um 10 kleiner als die Summe der beiden anderen sein! (2)

Zur Lösung der Aufgabe ordnet Tobias den drei Zahlen die Variablen x , y und z zu.

Formuliere die zwei Bedingungen mit diesen Variablen und finde geeignete Lösungen dieser Aufgabe!

$$(1) \quad x + y + z = 100$$

$$(2) \quad x = y + z - 10$$

Lösung: (2) $x = y + z - 10$ in (1) eingesetzt liefert

$$(1) \quad y + z - 10 + y + z = 100 \Rightarrow 2 \cdot (y + z) = 110 \Rightarrow y + z = 55$$

$$\text{es gilt also: } y + z = 55 \quad \text{und} \quad x = y + z - 10 = 55 - 10 = 45$$

eine der beiden Variablen y bzw. z kann man noch frei auswählen!

Mögliche Antworten: 45, 20, 35 oder 45, 25, 30 oder 45, 40, 15 oder ...

Tobias hat für y und z also immer noch viele Möglichkeiten!

Aufgabe 3

Sonja fordert ihren Bruder noch weiter heraus und fügt zu ihrer Aufgabe eine weitere Bedingung für die drei Zahlen hinzu. Ihre Aufgabe lautet nun:

(1) **Finde drei Zahlen, deren Summe genau 100 ergibt!** und

(2) **Die größte der Zahlen soll um 10 kleiner als die Summe der beiden anderen sein!**

Zusätzlich soll noch gelten:

(3) **Von den beiden kleineren Zahlen ist eine viermal so groß wie die andere!**

Gib die drei Bedingungen mit den Variablen x , y und z an und löse erneut die Aufgabe!

$$(1) \quad x + y + z = 100 \quad \text{Aus (1) und (2) folgt wie bei Aufgabe 1:}$$

$$(2) \quad x = y + z - 10 \quad x = 45 \quad \text{und} \quad y + z = 55$$

$$(3) \quad y = 4 \cdot z \quad \text{Setze jetzt } x = 45 \quad \text{und} \quad y = 4 \cdot z \quad \text{in (2) ein:}$$

$$(2) \quad 45 = 4 \cdot z + z - 10 \Rightarrow 55 = 5 \cdot z \Rightarrow z = 11 \quad \text{Setze jetzt } z = 11 \quad \text{in (3) ein:}$$

$$(3) \quad y = 4 \cdot z = 4 \cdot 11 = 44$$

Die drei gesuchten Zahlen lauten also 45, 44 und 11.

Es gibt nur noch eine eindeutig bestimmte Lösung der Aufgabe.

Aufgabe 4

Was passiert, wenn Sonja eine weitere Bedingung an die drei Zahlen stellt?

Erfinde selbst eine zusätzliche Bedingung (4) und überlege die Auswirkung auf die Lösung!

Stellt man zusätzlich eine weitere Forderung, so gibt es i. A. keine Lösung der Aufgabe mehr!

Z.B. (4) Die kleinste Zahl ist um 40 kleiner als die größte. (4) $z = x - 40$

Da aus (1), (2) und (3) schon $x = 45$, $y = 44$ und $z = 11$ folgt, liefert (4) einen Widerspruch:

$z = 11$ aber $x - 40 = 45 - 40 = 5$ und $11 \neq 5$