Mathematik * Jahrgangsstufe 9 * Die allgemeine verschobene Parabel Typische Aufgaben zum Üben

1. Gib jeweils den Scheitel an und beschreibe den Graphen in Worten. Zeichne dann den Graphen sauber in ein Koordinatensystem.

a)
$$f(x) = \frac{1}{2}(x+3)^2 + 2$$

b)
$$f(x) = -2(x-1)^2 + 5$$

c)
$$f(x) = 2.5 - (x - \frac{1}{2})^{-1}$$

a)
$$f(x) = \frac{1}{2}(x+3)^2 + 2$$
 b) $f(x) = -2(x-1)^2 + 5$
c) $f(x) = 2,5 - (x - \frac{1}{2})^2$ d) $f(x) = -\frac{1}{2} - 3(2-x)^2$

2. Bestimme durch quadratische Ergänzung den Scheitel und beschreibe den Graphen in Worten.

a)
$$f(x) = 2x^2 - 12x + 22$$

a)
$$f(x) = 2x^2 - 12x + 22$$
 b) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1,5x + \frac{1}{2}$

c)
$$f(x) = 12x - 3x^2 - 11$$

d)
$$f(x) = x(-0.2x + 1.2) - 2.8$$

a)
$$f(x) = 2x^2 - 12x + 22$$
 b) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1,5x + \frac{1}{2}$
c) $f(x) = 12x - 3x^2 - 11$ d) $f(x) = x(-0,2x + 1,2) - 2,8$
e) $f(x) = \frac{17 + 12x + 2x^2}{4}$ f) $f(x) = 7x(3-x) - 13,25$

f)
$$f(x) = 7x(3-x) - 13,25$$

- 3. Bestimme die Funktionsgleichung der Parabel.
 - a) Der Scheitel liegt bei S(1/2) und die Parabel geht durch den Punkt P(2/-1).
 - b) Der Scheitel liegt bei S(-1,5/-2,5) und die Parabel geht durch den Punkt P(0,5/-0,5).
- 4. Bestimme die Funktionsgleichung und den Scheitel der Parabel.
 - a) Die Parabel geht durch die Punkte A(0/5), B(1/3) und C(4/21).
 - b) Die Parabel geht durch die Punkte A(0/1), B(-2/-3) und C(3/22).
 - c) Die Parabel geht durch die Punkte A(1/-10), B(2/-25) und C(-2/-1).
 - d) Die Parabel geht durch die Punkte A(1,5/4,5), B(3/8,125) und C(0/4,875).
- 5. Die Parabel mit dem Funktionsterm f(x) wird zuerst an der Achse x = 2 und dann an der x-Achse gespiegelt. Es entsteht eine "neue" Parabel mit dem Funktionsterm g(x). Zeichne die Graphen von f und von g in ein Koordinatensystem und bestimme den Funktionsterm g(x).

a)
$$f(x) = x^2$$

$$b) \qquad f(x) = 1 - x^2$$

c)
$$f(x) = \frac{1}{4}(x+1)^2$$

a)
$$f(x) = x^2$$
 b) $f(x) = 1 - x^2$
c) $f(x) = \frac{1}{4}(x+1)^2$ d) $f(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 2$

6. Zum Knobeln:

Peter soll eine Parabel mit dem Scheitel S(1/2) finden, welche die Gerade mit der Gleichung y = 2 x - 2 als Tangente hat.

Peter überlegt: Wenn ich die Parabel mit der Gerade schneide, und es ergibt sich dabei genau ein Schnittpunkt, dann muss die Gerade eine Tangente sein.

Stimmt Peters Überlegung? Kannst du die gesuchte Tangente finden?

Mathematik * Jahrgangsstufe 9

Die allgemeine verschobene Parabel * Typische Aufgaben zum Üben * Lösungen

- S(-3/2) und $a = \frac{1}{2}$, d.h. nach oben geöffnete "breite" Parabel. 1. a)
 - S(1/5) und a=-2, d.h. nach unten geöffnete "schlanke" Parabel. b)
 - S(0,5/2,5) und a=-1, d.h. nach unten geöffnete Normalparabel. c)
 - S(2/-0.5) und a=-3, d.h. nach unten geöffnete "schlanke" Parabel. d)
- $f(x) = 2(x-3)^2 + 4$; d.h. S(3/4) und a=22. a)
 - $f(x) = \frac{1}{2}(x+1,5)^2 0.625$; d.h. S(-1,5/-0.625) und $a = \frac{1}{2}$
 - $f(x) = -3(x-2)^2 + 1$; d.h. S(2/1) und a = -3
 - $f(x) = -\frac{1}{5}(x-3)^2 1$; d.h. S(3/-1) und $a = -\frac{1}{5}$ d)
 - $f(x) = 0.5(x+3)^2 0.25$; d.h. S(-3/-0.25) und a=0.5e)
 - $f(x) = -7(x \frac{3}{2})^2 + \frac{5}{2}$; d.h. S(1, 5/2, 5) und a = -7f)
- 3. a) $f(x) = -3(x-1)^2 + 2$
- b) $f(x) = 0.5(x+1.5)^2 2.5$
- 4. a) $f(x) = 2(x-1)^2 + 3$; S(1/3) b) $f(x) = (x+2)^2 3$; S(-2/-3)

 - c) $f(x) = -3(x+1)^2 + 2$; S(-1/2) d) $f(x) = -\frac{1}{2}(x-\frac{1}{2})^2 + 5$; $S(\frac{1}{2}/5)$
- 5. a) $g(x) = -(x-4)^2$; S(4/0)
 - b) $g(x) = (x-4)^2 1$; S(4/-1)
 - c) $g(x) = -\frac{1}{4}(x-5)^2$; S(5/0) d) $g(x) = -\frac{1}{2}(x-3)^2 + 2$; S(3/2)
- 6. Peters Überlegung ist korrekt!

Beginne mit dem Ansatz $f(x) = a(x-1)^2 + 2$;

Die quadratische Gleichung $a(x-1)^2 + 2 = 2x-2$ darf nur genau eine Lösung haben, d.h. für die zugehörige Diskriminante D muss gelten $D = \dots = 4 - 8a = 0$, d.h. $a = \frac{1}{2}$.

Also
$$f(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2 + 2$$

Die Parabel und die Gerade berühren sich im Punkt P(3/4).