3. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9b * 29.03.2007

1. Eine Parabel ist durch die Funktion f mit $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$ gegeben.

   a) Bestimme den Scheitel der Parabel und zeichne den Graphen G_f sauber in ein Koordinatensystem.

   b) Begründe ohne Rechnung nur mit Hilfe deiner Zeichnung, dass die Gleichung $\frac{1}{2}x^2 = -2x + 1$ zwei Lösungen x_1 und x_2 hat.
   Gib die ungefähren Werte von x_1 und x_2 an.

   c) Der Graph G_f soll nun zuerst an der x-Achse und dann an der Achse $x = -1$ gespiegelt werden. Dabei entsteht der Graph der Funktion g.
   Gib den Funktionsterm g(x) an!

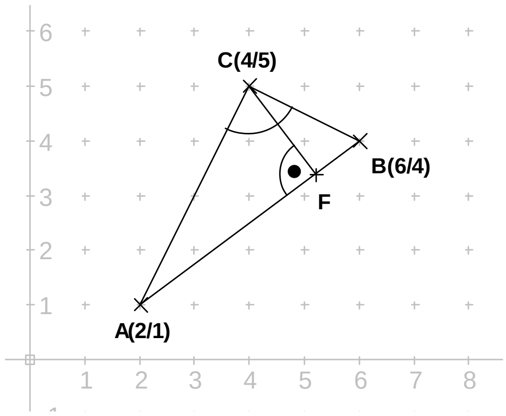
2. Eine Parabel hat den Scheitel S(5 / ?) und geht durch die Punkte A(2 / 5,5) und B(−1 / 14,5).
   Bestimme die Funktionsgleichung der Parabel.

3. Die Punkte A(2/1) , B(6/4) und C(4/5) bilden die Ecken des Dreiecks ABC.

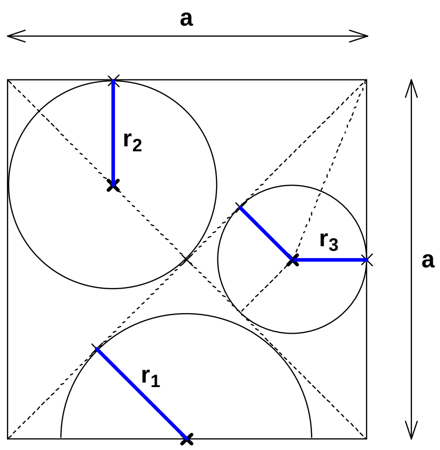
   a) Berechne die drei Seitenlängen des Dreiecks ABC.

   b) Begründe, dass das Dreieck ABC rechtwinklig ist.

   c) Berechne die Länge der Höhe $h = \overline{CF}$.



4. Bestimme die Radien r_1, r_2 und r_3 der drei abgebildeten Kreise als Bruchteile von a.



Gutes Gelingen! G.R.

Aufgabe	1a	b	c	2	3a	b	c	4	Summe
Punkte	6	3	2	6	3	2	3	9	34

3. Schulaufgabe aus der Mathematik * Klasse 9b * 29.03.2007 * Lösung

1. a) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1 =$

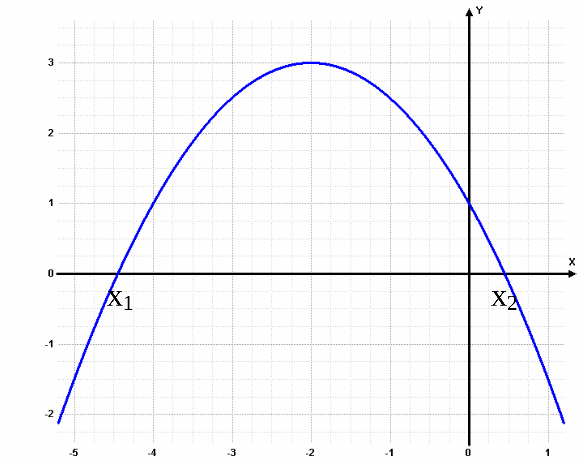
$-\frac{1}{2}\cdot\left(x^2 + 4x + 2^2 - 2^2\right) + 1 =$

$-\frac{1}{2}\cdot(x+2)^2 - \frac{1}{2}\cdot(-2^2) + 1 =$

$= -\frac{1}{2}\cdot(x+2)^2 - \frac{1}{2}\cdot(-4) + 1 =$

$-\frac{1}{2}\cdot(x+2)^2 + 2 + 1 = -\frac{1}{2}\cdot(x+2)^2 + 3$

also $S(-2/3)$.



b) $\frac{1}{2}x^2 = -2x + 1 \;\Leftrightarrow\; -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1 = 0 \;\Leftrightarrow\; x_1 \approx -4{,}45$ und $x_2 \approx 0{,}45$

x_1 und x_2 geben die Schnittstellen von G_f mit der x-Achse an!

c) $g(x) = +\frac{1}{2}\cdot x^2 - 3$, denn $S^*(0/-3)$

2. $f(x) = a\cdot(x-5)^2 + b$ nun $A(2/5{,}5)$ und $B(-1/14{,}5)$ eingesetzt:

(1) $5{,}5 = a\cdot(2-5)^2 + b \Rightarrow b = 5{,}5 - 9a$

(2) $14{,}5 = a\cdot(-1-5)^2 + b \qquad \Rightarrow 14{,}5 = 36a + 5{,}5 - 9a \Rightarrow 9 = 27a \Rightarrow a = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow b = 5{,}5 - 9a = 5{,}5 - 9\cdot\frac{1}{3} = 2{,}5$ d.h. $f(x) = \frac{1}{3}\cdot(x-5)^2 + 2{,}5$

3. a) $\overline{AB} = \sqrt{(6-2)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{16+9} = 5$

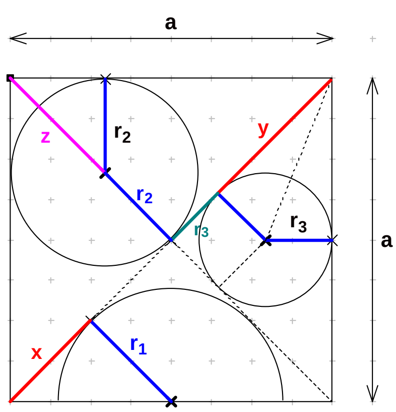
$\overline{BC} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$ und $\overline{AC} = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\cdot\sqrt{5}$

b) $\overline{AB}^2 = 5^2 = 25$ und $\overline{BC}^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2 = 5$ und $\overline{AC}^2 = \left(\sqrt{20}\right)^2 = 20$

Wegen $\overline{AB}^2 = 25 = 5 + 20 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2$ folgt die Behauptung.

c) $F_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\cdot\overline{AC}\cdot\overline{BC} = \frac{1}{2}\cdot h\cdot\overline{AB} \Rightarrow h = \frac{\overline{AC}\cdot\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{20}\cdot\sqrt{5}}{5} = \frac{10}{5} = 2$

4. a) $x = r_1$ und $2\cdot x = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot a \Rightarrow r_1 = \frac{\sqrt{2}}{4}\cdot a$



b) $z = \sqrt{2}\cdot r_2$ und $z + r_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot a \Rightarrow (\sqrt{2}+1)\cdot r_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot a \Rightarrow$

$r_2 = \frac{\sqrt{2}}{2\cdot(\sqrt{2}+1)}\cdot a = \frac{\sqrt{2}\cdot(\sqrt{2}-1)}{2\cdot 1}\cdot a = (1 - \frac{\sqrt{2}}{2})\cdot a$

c) $y = \frac{1}{2}\cdot a$ und $y + r_3 = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot a \Rightarrow r_3 = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot a - \frac{1}{2}\cdot a \Rightarrow$

$r_3 = \frac{1}{2}\cdot\left(\sqrt{2} - 1\right)\cdot a$