

Potenzen

Für den Rechenterm $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ schreibt man viel kürzer 2^8 .

Für den Rechenterm $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ schreibt man entsprechend 5^4 .

Man nennt einen Term wie 5^4 eine **Potenz von 5** und sagt dazu in Worten "5 hoch 4" oder "die vierte Potenz von 5".

Die **5** heißt hierbei die **Grundzahl** (oder **Basis**) der Potenz.

Die **4** heißt hierbei die **Hochzahl** (oder der **Exponent**) der Potenz.



Beachte folgende Vorfahrtsregel:

$$2 \cdot 3^4 = 2 \cdot (3^4) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = \dots = 162$$

Soll sich die Hochzahl 4 auch auf die 2 beziehen, so musst du eine Klammer setzen!

$$(2 \cdot 3)^4 = (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) = 6^4 = \dots = 1296$$

Unterscheide auch 2^3 und $2 \cdot 3$! Denn $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ und $2 \cdot 3 = 6$

Potenzen mit der **Hochzahl 2** nennt man auch **Quadratzahlen** oder nur kurz **Quadrate**.

Beispiel: 17^2 heißt "17 hoch 2" oder auch "das Quadrat von 17" oder auch "17 zum Quadrat" oder noch kürzer "17 Quadrat".

Aufgaben:

1. Berechne

- | | |
|----------------------------|--|
| a) das Quadrat von 123 | b) $3^4 + 4^3$ |
| c) die siebte Potenz von 2 | d) 5 hoch 4 |
| e) $(5 \cdot 4)^3$ | f) $5 \cdot 4^3$ |
| g) $(3^2) + (4^2)$ | h) $(3 + 4)^2$ |
| i) $6 \cdot 5^4 \cdot 3^2$ | j) $10 \cdot 2^5 \cdot 4^3 \cdot 1^{25}$ |



2. Erstelle zuerst einen Gesamtterm und berechne diesen dann!

- Subtrahiere vom Quadrat der Zahl 19 die vierte Potenz von 3.
- Multipliziere das Quadrat von 5 mit der vierten Potenz von 2.
- Addiere zum dreifachen Quadrat der Zahl 17 die Zahl 132.

3. Finde die Zahl! Erstelle dabei zuerst einen x-Ansatz!

- Welche Zahl muss man von der dritten Potenz von 5 subtrahieren, um das Quadrat von 9 zu erhalten?
- Von welcher Zahl muss man das Quadrat von 12 subtrahieren, um das Quadrat von 5 zu erhalten? Zeige, dass diese Zahl selbst eine Quadratzahl ist!

4. Zahlenmonster (für Experten!)

- Welche Zahl ist größer? $(3^3)^3$ oder $3(3^3)$?
Rechne eine der beiden Zahlen aus!
- Welche Zahl ist größer? $(4^3)^2$ oder $4(3^2)$?
Rechne nun beide Zahlen aus!
- Was glaubst du, wie viele Stellen die Zahl $4(4^4)$ hat?
Weniger als 50, zwischen 50 und 100, zwischen 101 und 150 oder gar mehr als 151?



Lösungen:

1. a) $123^2 = 15129$ b) $3^4 + 4^3 = 81 + 64 = 145$
c) $2^7 = 128$ d) $5^4 = 625$
e) $(5 \cdot 4)^3 = 20^3 = 8000$ f) $5 \cdot 4^3 = 5 \cdot 64 = 320$
g) $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$ h) $(3 + 4)^2 = 7^2 = 49$
i) $6 \cdot 5^4 \cdot 3^2 = 6 \cdot 625 \cdot 9 = 33750$ j) $10 \cdot 2^5 \cdot 4^3 \cdot 1^{25} = 10 \cdot 32 \cdot 64 \cdot 1 = 20480$
2. a) $19^2 - 3^4 = 361 - 81 = 280$
b) $5^2 \cdot 2^4 = 25 \cdot 16 = 400$
c) $3 \cdot 17^2 + 132 = 3 \cdot 289 + 132 = 867 + 132 = 999$
3. a) $5^3 - x = 9^2 \Rightarrow 125 - x = 81 \Rightarrow x = 44$
b) $x - 12^2 = 5^2 \Rightarrow x - 144 = 25 \Rightarrow x = 169$; $x = 13^2$
x ist also das Quadrat von 13.
4. a) $3(3^3) = 3^{27}$ ist viel größer als $(3^3)^3 = 3^9 = 19683$
[$3^{27} = 7625597484987$]
b) $(4^3)^2 = 64^2 = 4096$ ist viel kleiner als $4(3^2) = 4^9 = 262144$
c) $4(4^4) = 4^{256}$ hat mehr als 150 Stellen, nämlich 155!
[$4^{256} = 134078079299425970995740249982058461274793658205923933777235$
 $614437217640300735469768018742981669034276900318581864860508$
 $53753882811946569946433649006084096$]