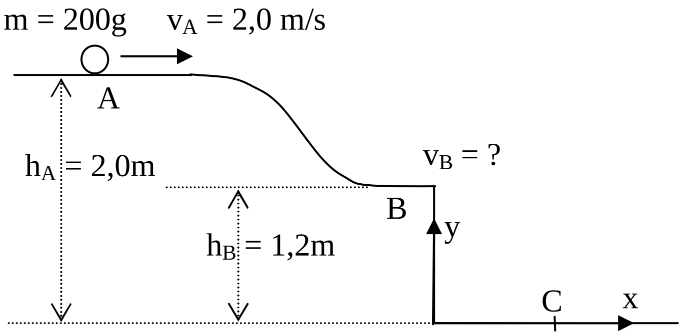
2. Schulaufgabe aus der Physik, Kl. 11a, 04.05.2006

1. Kugelbahn

Eine Kugel der Masse 200g rollt die abgebildete Bahn hinunter, „hüpft“ bei B über die (waagrechte) Kante und trifft beim Punkt C am Boden auf.
Beim Punkt A hat die Kugel die Anfangsgeschwindigkeit $v_A = 2{,}0$ m/s.
(Reibungseffekte und die Energie, die in der Rotation der Kugel steckt, sollen vernachlässigt werden.) Rechnen Sie mit $g = 10$ m/s^2 .



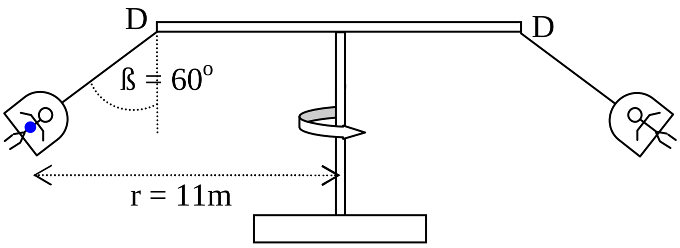
a) Mit welcher Geschwindigkeit kommt die Kugel bei B an? (Ergebnis: $v_B = 4{,}5$ m/s)

b) Geben Sie für die Bewegung der Kugel von der Kante bei B bis zum Auftreffpunkt C den Ortsvektor $\vec{r}(t)$ und den Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}(t)$ an.
Verwenden Sie dafür das eingezeichnete Koordinatensystem!

c) Berechnen Sie die Koordinaten des Auftreffpunkts C.

2. Karussell auf dem Frühlingsfest

Das abgebildete Karussell rotiert gleichmäßig, die bei D schwenkbaren Sitze sind dabei um den Winkel $ß = 60^o$ aus der Vertikalen ausgelenkt. Der Schwerpunkt von Sessel und Person befinde sich im Abstand r = 11m von der Rotationsachse. Rechnen Sie mit $g = 9{,}8$ m/s^2 .



a) Zeichnen Sie die an einer im Sessel sitzenden Person angreifenden Einzelkräfte und die resultierende Kraft exakt ein und beschriften Sie alle Kräfte und Winkel.

b) Bestimmen Sie den Betrag der Kraft, die der Sitz auf eine Person der Masse 75kg ausübt.

c) Mit welcher Geschwindigkeit (in km/h) bewegt sich die Person auf der Kreisbahn?

3. Astronaut Pirx

Astronaut Pirx nähert sich in einem fernen Sonnensystem mit seinem Raumschiff einem unbekannten Planeten und schwenkt in eine kreisförmige Umlaufbahn ein.
Die Bordinstrumente zeigen an, dass die Umlaufbahn einen Radius von 4610 km hat und sich das Raumschiff 400 km über der der Planetenoberfläche befindet.
Für eine Umrundung des Planeten benötigt Pirx 1 Stunde 37 Minuten. ($G^* = 6{,}67\cdot10^{-11}$ m^3/kg$\cdot$s^2)

a) Berechnen Sie die Masse des unbekannten Planeten. (Ergebnis: $1{,}7\cdot10^{24}$ kg)

b) Pirx landet auf dem Planeten mit seinem Landemodul. Mit welcher Fallbeschleunigung muss er auf der Planetenoberfläche rechnen? (Ergebnis: 6,4 m/s^2)

c) Der Rückstart des Landemoduls (Gesamtmasse 3,8 Tonnen) zum Raumschiff soll mit einer Anfangsbeschleunigung von 5,0 m/s^2 erfolgen. Welche Schubkraft muss der Raketenantrieb dazu liefern? Wie hoch ist die erforderliche Austrittsgeschwindigkeit der Verbrennungsgase, wenn pro Sekunde 18 kg davon ausgestoßen werden? (Teilergebnis: $F_{Schub} = 43$ kN)

Aufgabe	1a	b	c	2a	b	c	3a	b	c	Σ
Punkte										

Gutes Gelingen!

2. Schulaufgabe aus der Physik, Kl. 11a, 04.05.2006 * Lösung

1. a) Energieerhaltung:

$$\frac{1}{2}\cdot m\cdot v_A{}^2 + m\cdot g\cdot(h_A - h_B) = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_B{}^2 \;\Rightarrow\; v_A{}^2 + 2\cdot g\cdot(h_A - h_B) = v_B{}^2 \;\Rightarrow$$

$$v_B = \sqrt{v_A{}^2 + 2\cdot g\cdot(h_A - h_B)} = \sqrt{(2{,}0\frac{m}{s})^2 + 2\cdot 10\frac{m}{s^2}\cdot 0{,}80m} = 4{,}47...\frac{m}{s} \approx 4{,}5\frac{m}{s}$$

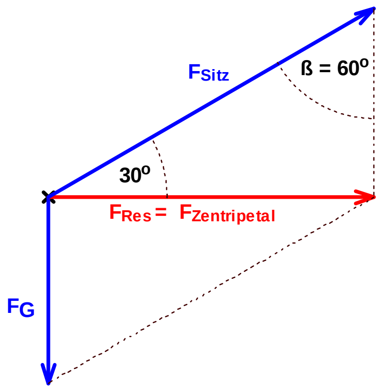
b) $$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_B\cdot t \\ h_B - \frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4{,}5\frac{m}{s}\cdot t \\ 1{,}2m - 5{,}0\frac{m}{s^2}\cdot t^2 \end{pmatrix}; \quad \vec{v}(t) = \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_B \\ g\cdot t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4{,}5\frac{m}{s} \\ 10\frac{m}{s^2}\cdot t \end{pmatrix}$$

c) Für den Auftreffzeitpunkt t_c gilt:

$$y(t_C) = 0 \;\Leftrightarrow\; h_B = \frac{1}{2}\cdot g\cdot t_C{}^2 \;\Leftrightarrow\; t_C = \sqrt{\frac{2\cdot h_B}{g}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1{,}2m}{10\frac{m}{s^2}}} = 0{,}4898...s \approx 0{,}49s$$

$$x_C = x(t_C) = v_B\cdot t_C = 4{,}5\frac{m}{s}\cdot 0{,}49s = 2{,}2m$$

2. a)



b) $$\frac{F_G}{F_{Sitz}} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \;\Rightarrow\; F_{Sitz} = 2\cdot F_G = 2mg$$

$$F_{Sitz} = 2\cdot 75kg\cdot 9{,}8\frac{m}{s^2} = 1470\,N \approx 1{,}5\,kN$$

c) $$\frac{F_{Res}}{F_G} = \tan 60^\circ \;\Rightarrow\; F_Z = F_{Res} = mg\cdot\tan 60^\circ$$

$$F_Z = \frac{m\cdot v^2}{r} \quad \text{also} \quad \frac{m\cdot v^2}{r} = m\cdot g\cdot\tan 60^\circ$$

$$v^2 = r\cdot g\cdot\tan 60^\circ \;\Rightarrow\; v = \sqrt{11m\cdot 9{,}8\frac{m}{s^2}\cdot\tan 60^\circ} = 13{,}66...\frac{m}{s} = 49\frac{km}{h}$$

3. a) $$m_{RS}\cdot\omega^2\cdot r_{RS} = G^*\cdot\frac{m_{RS}\cdot M_P}{r_{RS}{}^2} \;\Rightarrow$$

$$M_P = \frac{4\cdot\pi^2\cdot r_{RS}{}^3}{T^2\cdot G^*} = \frac{4\cdot\pi^2\cdot(4{,}61\cdot 10^6 m)^3}{(97\cdot 60s)^2\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\frac{m^3}{kg\cdot s^2}} = 1{,}7\cdot 10^{24}kg$$

b) $$m_1\cdot g_P = G^*\cdot\frac{m_1\cdot M_P}{r_P{}^2} \;\Rightarrow\; g_P = \frac{G^*\cdot M_P}{r_P{}^2} = \frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\frac{m^3}{kg\cdot s^2}\cdot 1{,}7\cdot 10^{24}kg}{\left((4610-400)\cdot 10^3 m\right)^2} = 6{,}4\frac{m}{s^2}$$

c) $$F = a\cdot m = F_{Schub} - F_G \;\Rightarrow$$

$$F_{Schub} = a\cdot m + g_P\cdot m = (a+g_P)\cdot m = (5{,}0+6{,}4)\frac{m}{s^2}\cdot 3800kg = 43kN$$

$$F_{Schub} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta(m\cdot v)}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t}\cdot v_{Gas} = \frac{18kg}{1s}\cdot v_{Gas} \;\Rightarrow\; v_{Gas} = \frac{43000N}{\frac{18kg}{s}} = 2{,}4\frac{km}{s}$$