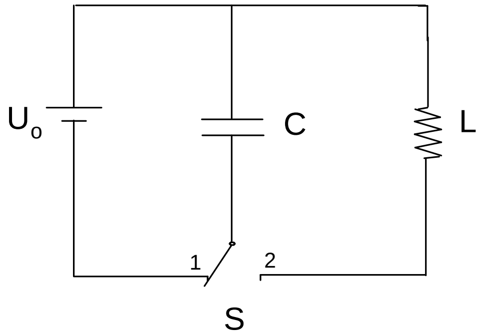
2. Klausur im LK Physik, K12, 2. Semester, 05.07.2004

1. Elektromagnetischer Schwingkreis



Zum Zeitpunkt $t_o = 0{,}0$s wird der Schalter S von der Stellung 1 in die Stellung 2 umgelegt.
Es gilt:
$U_o = 25$ V ; $C = 32\,\mu$F ; $L = 16$ mH

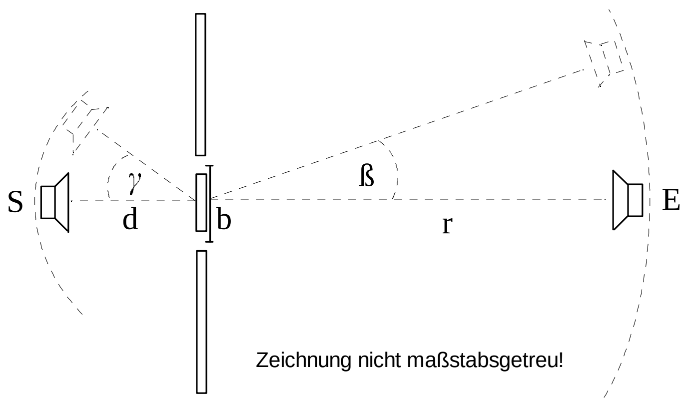
a) Begründen Sie, dass für die Ladung Q(t) auf dem Kondensator die Differentialgleichung

$$\ddot{Q}(t) + \frac{1}{CL} \cdot Q(t) = 0 \quad \text{gilt} \quad (t \geq 0{,}0\text{ s}).$$

b) Zeigen Sie dass $Q(t) = Q_0 \cdot \cos(\omega t)$ eine Lösung dieser Differentialgleichung ist.
Welche Bedingung muss dabei für ω gelten?

c) Berechnen Sie Q_0 und die maximale Stromstärke J_0.
Zu welchem Zeitpunkt t_1 tritt diese maximale Stromstärke zum ersten Mal auf?

2. Intereferenz von Mikrowellen



Ein Mikrowellensender S befindet sich im Abstand d hinter einem Doppelspalt, der mit Alu-Blechen aufgebaut wird.
Der Spaltabstand b beträgt b = 4,0cm.
Zunächst befinden sich S und der Empfänger E in den dargestellten Ausgangspositionen.

a) Bewegt man nun E auf dem Kreis mit Radius $r >> b$, so beobachtet man unter dem Winkel $ß = 11^o$ zum ersten Mal ein Minimum des Empfangs.
Begründen Sie (mit einer Skizze), warum dieses Minimum auftritt und ermitteln Sie die Wellenlänge der Mikrowellenstrahlung. (Ergebnis: 1,5cm)

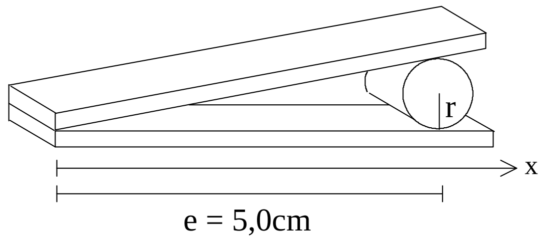
b) Wie viele Maxima des Empfangs kann man insgesamt beobachten?
Bestimmen Sie den größten Winkel ß, für den der Empfang maximal wird!

c) Nun bringt man den Empfänger E in die Ausgangsstellung zurück und bewegt den Sender S auf einem Kreis mit Radius d.
Begründen Sie, dass es Winkel γ gibt, für die man minimalen Empfang erhält.
Geben Sie den kleinsten Winkel γ mit minimalem Empfang an, wenn man auch hier mit $d >> b$ rechnen darf.

Bitte wenden!

3. Streifen gleicher Dicke

Durch ein gerades Stück Draht (mit sehr kleinem Querschnittsradius r) zwischen zwei planparallelen optischen Platten wird ein Luftkeil erzeugt.
Der Draht befindet sich e = 5,0 cm von der Kante entfernt.
Wird diese Anordnung senkrecht von oben mit monochromatischem Licht der Wellenlänge 550 nm beleuchtet, so beobachtet man eine Reihe heller und dunkler Streifen parallel zur der Kante, an der die beiden Platten aneinander stoßen.
Der Abstand benachbarter dunkler Streifen beträgt dabei 0,27mm.



Neigungswinkel stark übertrieben!

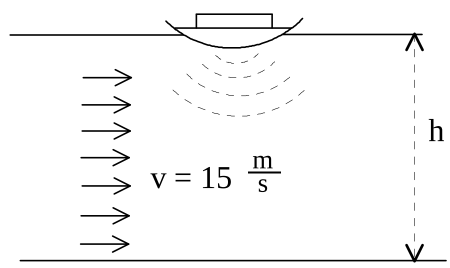
a) Geben Sie den optischen Gangunterschied interferierender Strahlen in Abhängigkeit von x an. (Siehe Bild! Phasensprung!)
Beobachtet man an der Kante einen hellen oder dunklen Streifen?

b) Berechnen Sie den Radius r des Drahtes.

c) Der keilförmige Raum zwischen den Platten wird mit einer klaren Flüsssigkeit ausgefüllt, die den Brechungsindex 1,3 besitzt.
Wie groß ist nun der Abstand benachbarter dunkler Streifen?

4. Echolot

Von einem ruhenden Schiff wird ein Ultraschall-signal ausgesandt, das am Meeresboden reflektiert und nach 2,3784 s wieder empfangen wird.
Die Schallgeschwindigkeit im Meerwasser beträgt 1480,0 Meter pro Sekunde.



a) Welche Meerestiefe h bestimmt der Kapitän, wenn er davon ausgeht, dass es im Meerwasser keinerlei Strömung gibt?

b) Tatsächlich soll bereits wenige Meter unter dem Boot eine sehr starke waagrechte Strömung von 15 Meter pro Sekunde bestehen (siehe Bild!).
Schätzen Sie den Fehler ab, den der Kapitän nach seiner Berechnung in a) macht.

Gutes Gelingen! G.R.

Aufgabe	1a	b	c	2a	b	c	3a	b	c	4a	b	Summe
Punkte	3	4	6	3	5	3	4	4	3	3	4	42

Lösungen:

1. a) Die an der Spule induzierte Spannung entspricht der an der Kapazität anliegenden Spannung.

$U_{ind} = U_C \quad \Leftrightarrow \quad -L\dot{J} = \frac{Q}{C} \quad \Leftrightarrow \quad 0 = L\ddot{Q} + \frac{Q}{C} \quad (\text{denn } J = \dot{Q}) \quad \Leftrightarrow \quad 0 = \ddot{Q} + \frac{Q}{LC}$

b) Setze $Q(t) = Q_0 \cdot \cos(\omega t)$ und daraus folgend $\ddot{Q}(t) = -\omega^2 Q_0 \cos(\omega t)$ in die Differentialgleichung ein:

$0 = -\omega^2 Q_0 \cos(\omega t) + \frac{1}{CL} Q_0 \cos(\omega t) = Q_0 \cos(\omega t) \cdot [-\omega^2 + \frac{1}{CL}]$

Da diese Gleichung für alle $t > 0$ erfüllt sein muss, folgt $0 = -\omega^2 + \frac{1}{CL}$.

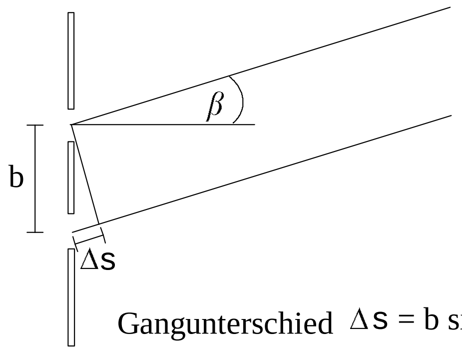
Für $\omega = \frac{1}{\sqrt{CL}}$ ist daher $Q(t) = Q_0 \cdot \cos(\omega t)$ eine Lösung der Differentialgleichung.

c) $Q_0 = C \cdot U_0 = 32\mu F \cdot 25V = 8{,}0 \cdot 10^{-4}\,As$

Aus $\frac{1}{2} C U_0^2 = \frac{1}{2} L J_0^2$ (Energieerhaltung) folgt $J_0 = U_0 \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} = 25V \cdot \sqrt{\frac{32\mu F}{16\,mH}} = 1{,}1A$

$J(t) = J_0 \sin(\omega t)$ und $J(\frac{T}{4}) = J_0$;

für $t_1 = \frac{T}{4} = \frac{2\pi\sqrt{CL}}{4} = \frac{1}{2}\pi\sqrt{32\mu F \cdot 16\,mH} = 1{,}1ms$ erreicht die Stromstärke erstmals ihren Maximalwert.



Gangunterschied $\Delta s = b \sin(ß)$

2. a) Die von den beiden Spalten ausgehenden Strahlen haben einen Gangunterschied von $\Delta s = b \sin(ß)$.

Für $\Delta s = (\frac{2k-1}{2}) \cdot \lambda$ (k = 1, 2, ...) treten Minima des Empfangs auf.

Erstes Minimum bei $ß = 11°$ $\Rightarrow$
$\frac{\lambda}{2} = \Delta s = b \sin 11^o \quad \Rightarrow$
$\lambda = 2 \cdot 4{,}0cm \cdot \sin 11^o = 1{,}5\,cm$

b) Maxima für $b \cdot \sin ß = k \cdot \lambda$ (k = 1, 2, ...)

wegen $\frac{\lambda}{b} \cdot k = \sin ß \leq 1$ gilt $k \leq \frac{b}{\lambda} = \frac{4{,}0\,cm}{1{,}5\,cm} = 2{,}67$

Man beobachtet also nur das eine Maximum 0. Ordnung und je zwei Maxima 1. und 2. Ordnung, insgesamt also 5 Maxima.

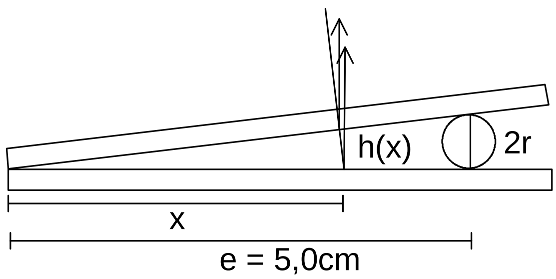
Der größte Winkel für ein Maximum errechnet sich aus $b \sin ß_2 = 2 \cdot \lambda$, d.h.

$ß_2 = \arcsin(\frac{2 \cdot \lambda}{b}) = \arcsin(\frac{2 \cdot 1{,}5\,cm}{4{,}0\,cm}) = 49^o$

c) Die Strahlen kommen bei den beiden Spalten mit einem Gangunterschied $\Delta s = b \sin(\gamma)$ an, d.h. die von den beiden Spalten ausgehenden Wellen schwingen nicht gleichphasig.
Der Weg zum Empfänger ist dagegen für die beiden Strahlen anschließend gleich.

Erster minimaler Empfang für $\frac{\lambda}{2} = \Delta s = b \sin(\gamma)$; nach 2a) muss also $\gamma = 11^o$ gelten.

3. a) Der geometrische Gangunterschied der interferierenden Strahlen beträgt 2 h(x). An der unteren Platte tritt zusätzlich ein Phasensprung von 180° auf. Nach dem Strahlensatz gilt:



$$\frac{2r}{e} = \frac{h(x)}{x} \quad \Rightarrow \quad h(x) = \frac{2rx}{e}$$

also gilt für den optischen Gangunterschied

$$\Delta s = 2h(x) + \frac{\lambda}{2} = \frac{4rx}{e} + \frac{\lambda}{2}$$

An der Kante (x = 0) gilt $\Delta s = \frac{\lambda}{2}$; also befindet sich an dieser Kante ein dunkler Streifen.

b) Für $\Delta x = 0{,}27\text{mm}$ gilt $\Delta(\Delta s) = \lambda$ d.h. $\Delta h = \frac{1}{2}\lambda$; also folgt

$\frac{1}{2}\lambda = \frac{2r\Delta x}{e}$ für $\Delta x = 0{,}27\,\text{mm}$ und damit

$$r = \frac{\lambda \cdot e}{4 \cdot \Delta x} = \frac{550 \cdot 10^{-9}\text{m} \cdot 5{,}0\,\text{cm}}{4 \cdot 0{,}027\,\text{cm}} = 0{,}025\text{mm}$$

c) Für den optischen Gangunterschied gilt nun $\Delta s = 2h(x) \cdot n + \frac{\lambda}{2} = \frac{4rxn}{e} + \frac{\lambda}{2}$,

d.h. wie in 2b) gilt nun für den Abstand Δx_{neu} benachbarter dunkler Streifen

$\frac{1}{2}\lambda = \frac{2rn\Delta x_{neu}}{e}$, d.h. die Streifen rücken näher zusammen, denn $n\Delta x_{neu} = \Delta x_{alt}$.

$$\Delta x_{neu} = \frac{1}{n} \cdot \Delta x_{alt} = \frac{1}{1{,}3} \cdot 0{,}27\,\text{mm} = 0{,}21\,\text{mm}$$

4. a) $c = \frac{2h}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad h = \frac{c\,\Delta t}{2} = \frac{1480{,}0\,\frac{m}{s} \cdot 2{,}3784\,s}{2} = 1760{,}0\,\text{m}$

b) $\Delta t = \frac{2h_{neu}}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} \quad \Rightarrow \quad h_{neu} = h \cdot \sqrt{1-(\frac{v}{c})^2} = 1760{,}0\,\text{m} \cdot \sqrt{1-\left(\frac{15}{1480}\right)^2}$

$h_{neu} = 1759{,}9\,\text{m}$; $\Delta h = h - h_{neu} = 0{,}1\,\text{m}$ und $\frac{\Delta h}{h} < 0{,}006\%$

Der Fehler ist also sicher vernachlässigbar!