2. Klausur im 1. Halbjahr des LK Physik, K12, 12.01.2004

1. Millikan-Versuch

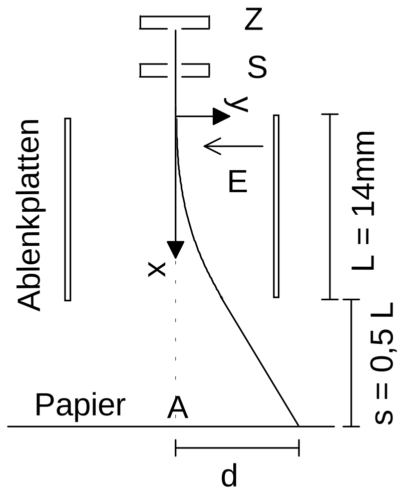
In einem Millikankondensator mit dem Plattenabstand 1,2 cm wird ein Öltröpfchen mit dem Durchmesser $1,8 \cdot 10^{-3}$ mm (Dichte des Öls: $0,88 \frac{g}{cm^3}$) durch eine Spannung von 490 V in der Schwebe gehalten.

a) Wie viele Elementarladungen trägt das Tröpfchen?

b) Welche experimentellen Probleme treten beim Schwebefall auf?

2. Tintenstrahldrucker

Die Abbildung veranschaulicht das Prinzip eines Tintenstrahldruckers:
Im Zerstäuber Z werden Tintentröpfchen einheitlicher Masse m erzeugt und mit der Geschwindigkeit v_o senkrecht nach unten "geschossen".
Im Bereich S werden diese Tröpfchen durch ein Spannungssignal des Rechners mit unterschiedlichen Ladungen Q belegt.
Zwischen den Ablenkplatten besteht ein konstantes elektrisches Feld der Feldstärke E, durch welches die Tröpfchen abgelenkt werden.
Die Ablenkplatten haben die Länge L; das Papier befinde sich im Abstand $s = 0,5 \cdot L$ unter den Ablenkplatten.



Um einen einzigen Buchstaben zu schreiben, sind etwa 100 winzige Tröpfchen erforderlich.

Es gelte:
$E = 1,4 \cdot 10^6 \frac{V}{m}$; $m = 1,3 \cdot 10^{-7}$ g ; $L = 14$ mm ; $s = 7,0$ mm ; $v_o = 18 \frac{m}{s}$
(Reibungseffekte sollen vernachlässigt werden!)

a) Begründen Sie kurz, warum bei den folgenden Berechnungen die Gravitationskraft vernachlässigt werden darf!

b) Das elektrische Feld der Ablenkplatten wirke nur im Bereich zwischen den Ablenkplatten. Zeigen Sie, dass sich hier die Tröpfchen auf einer Parabelbahn mit der Gleichung

$$y = \frac{Q E}{2 m v_o^2} \cdot x^2$$ bewegen. (Koordinatensystem siehe Abbildung!)

c) Die Tröpfchen treffen auf dem Papier im Abstand d vom Lotpunkt A auf (siehe Bild!). Leiten Sie für d die folgende Formel her.

$$d = \frac{Q E L^2}{m v_o^2}$$

d) Wie viele Elementarladungen muss ein Tröpfchen tragen, wenn $d = 0,50$ mm betragen soll?

Bitte wenden!

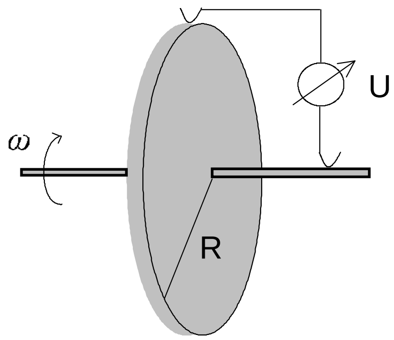
3. Die spezifische Ladung $\frac{e}{m}$ von Elektronen

Mit einem so genannten Fadenstrahlrohr kann die spezifische Ladung $\frac{e}{m}$ von Elektronen experimentell bestimmt werden.

a) Beschreiben Sie knapp aber genau, wie man hierbei vorgeht und welche Größen man messen muss. (Skizze des Versuchsaufbaus ist nicht erforderlich!)
Leiten Sie her, wie man $\frac{e}{m}$ mit Hilfe dieser gemessen Größen bestimmt.

Die spez. Ladung $\frac{e}{m}$ von Elektronen kann man auch mit einem Versuch von Tolman ermitteln. Beschleunigt man einen Metallkörper, so erfahren die freien Leitungselektronen darin "Trägheitskräfte". In einer mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω rotierenden Scheibe werden so z.B. Elektronen "zentrifugiert".
Elektronen häufen sich am Scheibenrand und erzeugen so ein elektr. Feld E in der Scheibe. Diese Feld bewirkt eine Spannung U zwischen Achse und Scheibenrand (siehe Bild).

Eine volle Umdrehung der Scheibe dauert die Zeit T.



b) Zeigen Sie, dass für das elektr. Feld E in der Scheibe gilt: $E = E(r) = \frac{4\pi^2 r}{T^2 \cdot \frac{e}{m}}$.
(Hinweis: Kraftansatz für freies rotierendes Elektron im Abstand r von der Achse!)

c) Bestimmen Sie U durch eine geeignete Integration.
Zeigen Sie nun $\frac{e}{m} = \frac{2\pi^2 R^2}{U T^2}$

d) Welche Spannung U sollte sich für eine Metallscheibe mit Radius $R = 12\text{cm}$ und 15000 Umdrehungen pro Minute ergeben?
Beurteilen Sie Ihr Ergebnis im Hinblick auf die Genauigkeit, mit der $\frac{e}{m}$ ermittelt werden kann.

Gutes Gelingen! G.R.

Aufgabe	1a	b	2a	b	c	d	3a	b	c	d	Σ
Punkte	6	2	2	5	6	2	7	3	4	3	40

Lösung:

1. Millikan-Versuch

a) $F_{el} = F_{grav} \quad \Leftrightarrow \quad Q \cdot E = m \cdot g \quad \Leftrightarrow \quad N \cdot e \cdot \frac{U}{d} = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi \cdot \varrho \cdot g \quad \Leftrightarrow$

$$N = \frac{4 \cdot r^3 \cdot \pi \cdot \varrho \cdot g \cdot d}{3 \cdot e \cdot U} = \frac{4 \cdot (0{,}90 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m})^3 \cdot \pi \cdot 880\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot 0{,}012\,\mathrm{m}}{3 \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{As} \cdot 490\,\mathrm{V}} = 4{,}03 \approx 4$$

b) 1) Schwebezustand des Tröpfchens ist wegen der Brownschen Bewegung schwer feststellbar, d.h. U lässt sich nicht sehr genau bestimmen.
2) Radius r des Tröpfchens ist nicht sehr genau bestimmbar, sollte aber wegen r^3 in der Formel besonders genau ermittelt werden!

2. Tintenstrahldrucker

a) $v_o = 18\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ ist sehr groß im Vergleich zum Geschwindigkeitszuwachs beim freien Fall auf einer Wegstrecke von $L + s = 0{,}021$ m. D.h. $v = \text{konst} = v_o$.

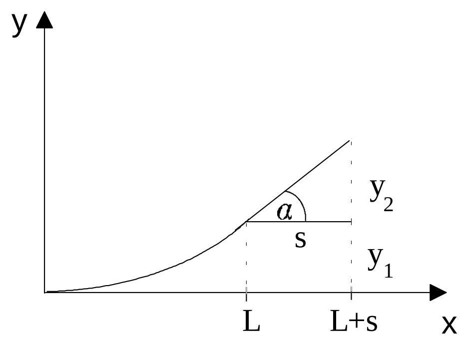
b) $F_{el} = a_y \cdot m \quad$ und $\quad F_{el} = Q \cdot E \quad \Rightarrow \quad a_y = \frac{QE}{m}$

$y = \frac{1}{2} a_y t^2 \quad$ und $\quad x = v_o \cdot t \quad \Rightarrow \quad y = \frac{1}{2} a_y \cdot \frac{x^2}{v_o^2} = \frac{QE}{2 m v_o^2} \cdot x^2$

c) $\tan \alpha = y'(L) = \frac{QE}{m v_o^2} \cdot L \quad$ und $\quad d = y_1 + y_2$

mit $\; y_1 = y(L) \;$ und $\; y_2 = s \cdot \tan \alpha$

also $d = \frac{QE}{2 m v_o^2} \cdot L^2 + \frac{L}{2} \cdot \frac{QE}{m v_o^2} \cdot L = \frac{QEL^2}{m v_o^2}$



d) $Q = N \cdot e \quad$ in $\quad d = \frac{QEL^2}{m v_o^2}$ einsetzen und nach N auflösen liefert

$$N = \frac{d\, m\, v_o^2}{e\, E\, L^2} = \frac{0{,}00050\,\mathrm{m} \cdot 1{,}3 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{kg} \cdot (18\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2}{1{,}60 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{As} \cdot 1{,}4 \cdot 10^{6}\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} \cdot (0{,}014\,\mathrm{m})^2} = 4{,}8 \cdot 10^5 \,.$$

3. Spez. Ladung $\frac{e}{m}$ von Elektronen

a) Elektronen werden (auf einer sehr kurzen Wegstrecke) durch die Spannung U auf die Geschwindigkeit v in einem homogenen Magnetfeld der Flussdichte B beschleunigt. Sind v und B senkrecht zueinander, so bewegen sich die Elektronen auf einer Kreisbahn mit dem Radius r . Da einige der Elektronen mit Wasserstoffatomen (im fast vollständig evakuierten Glaskolben) zusammenstoßen, sieht man diese Kreisbahn (blaues Leuchten). Der Radius r wird in Abhängigkeit von B und U gemessen. B wird mit der Hallsonde oder mit der Formel zum Helmholtzspulenpaar berechnet.
Die Größen r, U und B sind also zu messen.

$$F_{Zentripetal} = F_{Lorentz} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{m v^2}{r} = e \cdot v \cdot B \quad \text{mit} \quad \frac{1}{2} m v^2 = e U \quad \text{folgt}$$

$$m \sqrt{2 \frac{e}{m} U} = r \cdot e \cdot B \quad \Rightarrow \quad m^2 \cdot 2 \frac{e}{m} U = r^2 e^2 B^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{e}{m} = \frac{2\,U}{r^2\,B^2}$$

b) $$F_{Zentr} = F_{el} \quad \Leftrightarrow \quad m \omega^2 r = e E \quad \Leftrightarrow \quad m \frac{4\pi^2}{T^2} r = e E \quad \Rightarrow$$

$$E = E(r) = \frac{4\pi^2\, r}{T^2 \cdot \frac{e}{m}}$$

c) $$U = \int_0^R E(r)\, dr = \int_0^R \frac{4\pi^2}{T^2 \cdot \frac{e}{m}} \cdot r\, dr = \frac{4\pi^2}{T^2 \cdot \frac{e}{m}} \cdot \left[\frac{r^2}{2} \right]_0^R = \frac{2\pi^2}{T^2 \cdot \frac{e}{m}} \cdot R^2 \quad \text{und damit}$$

$$\frac{e}{m} = \frac{2\pi^2\, R^2}{U\, T^2}$$

d) $$U = \frac{2\pi^2\, R^2}{T^2 \cdot \frac{e}{m}} = \frac{2\pi^2 \cdot (0{,}12\,m)^2}{\left(\frac{60\,s}{15000}\right)^2 \cdot 1{,}76 \cdot 10^{11}\, \frac{As}{kg}} = 1{,}0 \cdot 10^{-7}\, V$$

Trotz der sehr hohen Umdrehungszahl tritt nur eine sehr kleine Spannung auf, die an der schnell rotierenden Schweibe extrem schwer messbar ist.
$\frac{e}{m}$ kann sicher nicht sehr genau ermittelt werden.