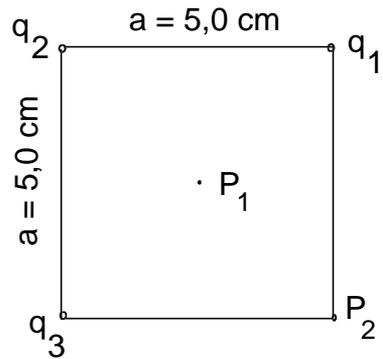


LK Physik * K12 * Aufgabenblatt 2 zur Elektrizitätslehre

- Wir messen Ladungen mit dem Messverstärker; die Größe der Ladungen liegt dabei meist im Bereich von 10^{-7} C bis 10^{-9} C .
Die Einheit 1 Coulomb scheint also recht groß zu sein. Hierzu die folgende Aufgabe:
 - Berechnen Sie die Kraft, mit der sich zwei Ladungen von je 1,0 C im Abstand von 100 m abstoßen?
 - Erde ($m_E = 6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$) und Mond ($m_M = 7,3 \cdot 10^{22} \text{ kg}$) ziehen sich auf Grund der Gravitation an. Welche gleichgroßen elektrischen Ladungen müssten diese beiden Himmelskörper tragen, damit die elektrostatische Abstoßung die gravitative Anziehung gerade kompensiert?

- In den Ecken eines Quadrats der Kantenlänge 5,0cm sitzen drei Ladungen $q_1 = 100 \text{ pC}$, $q_2 = -200 \text{ pC}$ und $q_3 = 100 \text{ pC}$ (siehe Bild!).
 P_1 ist der Mittelpunkt des Quadrats, P_2 der ladungsfreie Eckpunkt des Quadrats.
 
 - Berechnen Sie in den beiden Punkten P_1 und P_2 die elektrische Feldstärke.
 - Berechnen Sie in den beiden Punkten P_1 und P_2 das elektrische Potential.
 - Berechnen Sie die Spannung zwischen den beiden Punkten P_2 und P_1 . Welche Arbeit benötigt man, um ein Elektron von P_2 nach P_1 zu bringen?

- Eine zunächst ungeladene Metallkugel (Radius $r = 4,0 \text{ cm}$) wird mit der Ladung $Q = 20 \text{ nC}$ aufgeladen.
 - Welche Arbeit ist hierfür erforderlich?
 - Welche Spannung liegt dann zwischen der Kugel und "Erde" an?

- Eine Seifenblase mit Radius $R = 2,5 \text{ cm}$ wird auf eine Spannung von 2,0kV aufgeladen. Durch Zerplatzen der Seifenblase entsteht ein Tröpfchen mit dem Radius $r = 0,5 \text{ mm}$. Auf welchem Potential befindet sich das Tröpfchen, wenn man annimmt, dass das Tröpfchen nur noch 60% der Ladung (und der Flüssigkeit) der Seifenblase besitzt?

- Im Abstand $a = 80 \text{ cm}$ befinden sich zwei Ladungen $Q_1 = 4,0 \text{ nC}$ und $Q_2 = -3,0 \text{ nC}$. Die Punkte A und B befinden sich auf der Verbindungsgeraden der beiden Ladungen. A liegt 30cm rechts von Q_1 und B liegt 20cm links von Q_2 (siehe Bild!).
 
 - Auf welchem Potential befinden sich die Punkte A bzw. B ?
 - Welche Arbeit ist erforderlich, um eine Probeladung $q = 2,0 \cdot 10^{-11} \text{ C}$ von A nach B zu bringen?
 - Gibt es auf der Verbindungsgeraden der beiden Ladungen einen Punkt mit dem Potential 0V?
 - Gibt es auf der Verbindungsgeraden der beiden Ladungen einen Punkt, in dem die elektrische Feldstärke $0 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ beträgt?
Zeichnen Sie nun ein Feldlinienbild mit charakteristischen Äquipotentiallinien.

Lösungen:

1. a) $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1,0\text{C} \cdot 1,0\text{C}}{(100\text{m})^2} = 9,0 \cdot 10^5 \text{ N}$
 b) $F_{\text{grav}} = F_{\text{el}} \Rightarrow Q = \sqrt{G^* \cdot M_E \cdot M_M \cdot 4\pi\epsilon_0} = 5,7 \cdot 10^{13} \text{ C}$

2. a) in P_1 : $E(P_1) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_2}{(\frac{\sqrt{2}}{2}a)^2} = 1,44 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}}$
 in P_2 : $E(P_2) = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{4} E(P_1) - \frac{1}{4} E(P_1) = 149 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ denn $E_1 = E_2 = E_3 = \frac{1}{4} E(P_1)$

Bild zu P_1

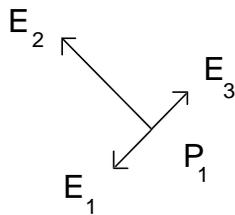
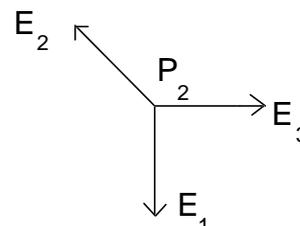


Bild zu P_2



- b) $\varphi(P_1) = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 2\varphi_1 + \varphi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{2q_1}{\frac{\sqrt{2}}{2}a} + \frac{q_2}{\frac{\sqrt{2}}{2}a} \right) = 0 \text{ V}$
 analog $\varphi(P_2) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{2q_1}{a} + \frac{q_2}{\sqrt{2}a} \right) = 11 \text{ V}$
 c) $U_{21} = \varphi(P_2) - \varphi(P_1) = 11 \text{ V}$; $W_{21} = e \cdot U_{21} = -11 \text{ eV} = -1,8 \cdot 10^{-18} \text{ J}$
 $W_{21} < 0$ ist die vom Feld verrichtete Arbeit, d.h. nicht das Feld sondern wir verrichten die Arbeit von 11eV. (P_2 hat positives Potential bzw. P_1 .)

3. a) Trägt die Kugel mit Radius r bereits die Ladung q , so benötigt man die Arbeit $\Delta W = \varphi(q) \cdot \Delta q$, um die Ladung Δq zusätzlich auf die Kugel zu bringen;

hierbei ist $\varphi(q) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$. Durch Integration erhält man daher:

$$W_{\text{ges}} = \int_0^Q \varphi(q) dq = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r} \left[\frac{q^2}{2} \right]_0^Q = \frac{Q^2}{8\pi\epsilon_0 r} = 4,5 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

- b) $\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r} = 4,5 \text{ kV}$; $U_{\text{Kugel, Erde}} = 4,5 \text{ kV}$

4. $\varphi_{\text{Seifenblase}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{R} = 2,0 \text{ kV}$; mit $R = 2,5 \text{ cm}$ und $r = 0,5 \text{ mm} = \frac{1}{50} R$ und $Q_2 = 0,60 \cdot Q$ folgt damit $\varphi_{\text{Tröpfchen}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_2}{r} = 0,6 \cdot 50 \cdot \varphi_{\text{Seifenblase}} = 60 \text{ kV}$

$$5. a) \quad \varphi(A) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{Q_1}{0,30\text{m}} + \frac{Q_2}{0,50\text{m}} \right) = +66\text{V}$$

$$b) \quad \varphi(B) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{Q_1}{0,60\text{m}} + \frac{Q_2}{0,20\text{m}} \right) = -75\text{V} \quad ; \quad \varphi_{AB} = \varphi(A) - \varphi(B) = +141\text{V}$$

$$W_{AB} = \varphi_{AB} \cdot q = 2,8 \cdot 10^{-9}\text{J} \quad ; \quad W_{AB} \text{ wird vom Feld verrichtet.}$$

c) Im Abstand $x = 46\text{cm}$ rechts von Q_1 herrscht das Potential 0V , denn:

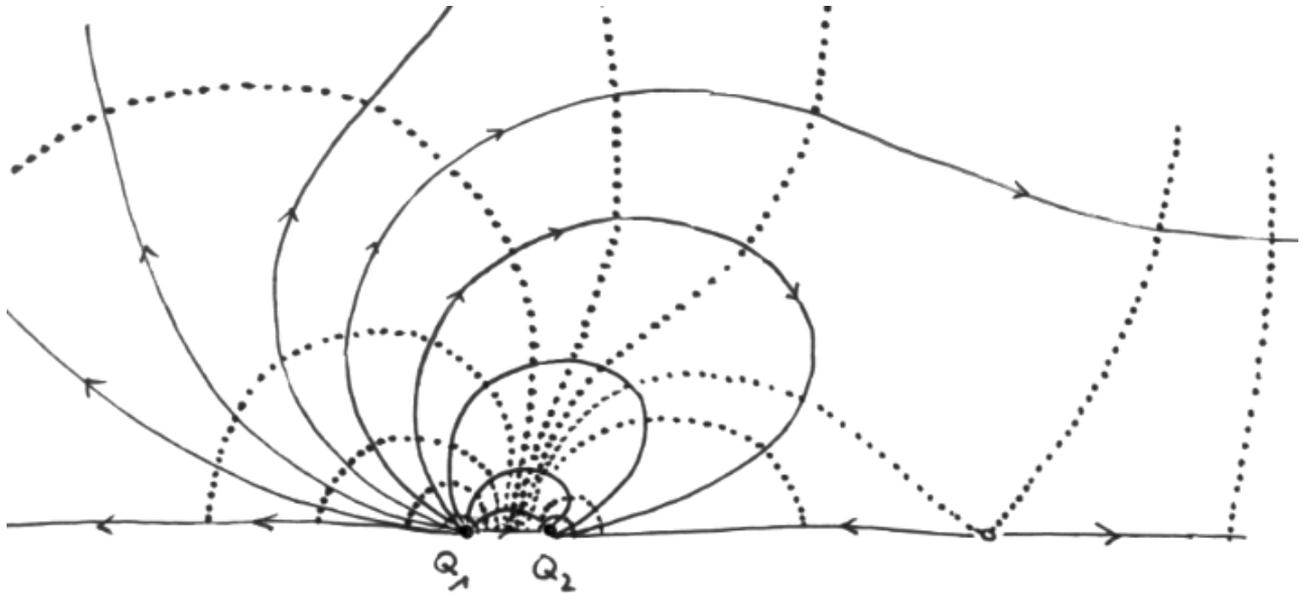
$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{Q_1}{x} + \frac{Q_2}{(0,80\text{m} - x)} \right) \stackrel{!}{=} 0\text{V} \Leftrightarrow 4,0 \cdot (0,80\text{m} - x) = 3,0 \cdot x \Leftrightarrow x = 46\text{cm}$$

d) Im Abstand $z = 5,2\text{m}$ rechts von Q_2 liegt ein "feldfreier" Punkt, denn:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{Q_1}{(0,80\text{m} + z)^2} + \frac{Q_2}{z^2} \right) \stackrel{!}{=} 0 \frac{\text{V}}{\text{m}} \Leftrightarrow 4,0z^2 = 3(0,80\text{m} + z)^2 \Leftrightarrow$$

$$z^2 - 4,8\text{m} \cdot z - 1,92\text{m}^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad z = 5,2\text{m}$$

($z_2 = -0,37\text{m}$ ist keine Lösung der Aufgabe!)



$$Q_1 = 4,0\text{ nC} \quad Q_2 = -3,0\text{ nC}$$

"feldfreier Punkt"

Der Feldverlauf ist spiegelsymmetrisch bezüglich der Verbindungsgeraden durch die beiden Punktladungen