

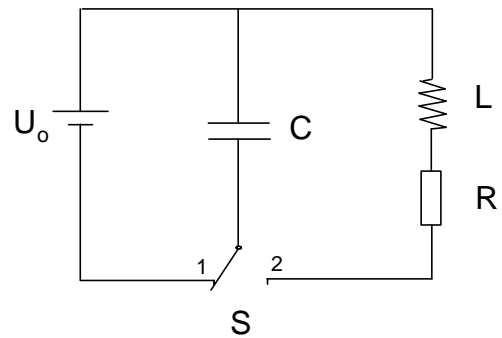
LK Physik * K12 * Aufgabe zum elektromagnetischen Schwingkreis

Zum Zeitpunkt $t_0 = 0,00 \text{ s}$ wird der Schalter S von Stellung 1 in Stellung 2 umgelegt.

Es gilt:

$$U_0 = 12,0 \text{ V}; \quad C = 0,10 \mu\text{F}; \quad L = 16 \text{ mH}$$

Zunächst soll der ohmsche Widerstand R vernachlässigt werden.



- Mit welcher Frequenz schwingt der elektromagnetische Schwingkreis?
- Welche Ladung trägt der Kondensator zum Zeitpunkt $t_1 = 1,10 \cdot 10^{-3} \text{ s}$?
- Wie groß ist die maximale Stromstärke J_0 durch die Spule? Wann genau wird diese maximale Stromstärke das zehnte Mal im Schwingkreis auftreten?

Ab nun gelte, dass der ohmsche Widerstand R nicht mehr vernachlässigt werden soll. Bei jeder vollen Schwingung nimmt deshalb die Gesamtenergie im Schwingkreis um 5,0 % ab.

- Nach welcher Zeit beträgt die maximale Spannung am Kondensator nur noch etwa 1,0 V?
- Bestimmen Sie den Wert des ohmschen Widerstandes! (Vgl. FS Seite 52)
Wie ändert sich die Eigenfrequenz des Schwingkreises, wenn man R berücksichtigt?

Lösung:

$$\text{a. } \omega = \frac{1}{\sqrt{CL}} = \frac{1}{\sqrt{1,0 \cdot 10^{-7} \text{ F} \cdot 0,016 \text{ H}}} = 2,5 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{s}}; \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = 4,0 \text{ kHz}$$

$$\text{b. } Q(t) = Q_0 \cdot \cos(\omega t) \quad \text{und} \quad Q_0 = C \cdot U_0 = 1,0 \cdot 10^{-7} \text{ F} \cdot 12,0 \text{ V} = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ As}$$

$$Q(1,1 \cdot 10^{-3} \text{ s}) = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ As} \cdot \cos(1,5 \cdot 10^4 \cdot 1,1 \cdot 10^{-3}) = -8,6 \cdot 10^{-7} \text{ As}$$

(Achtung Bogenmaß!)

$$\text{c. } J(t) = \dot{Q}(t) = -Q_0 \omega \sin(\omega t) \Rightarrow J_0 = \omega Q_0 = 30 \text{ mA}$$

$$t_{10} = \frac{1}{4} T + 9 \cdot \frac{1}{2} T = \frac{19}{4} T = \frac{19 \cdot 2\pi}{4 \cdot \omega} = 1,19 \text{ ms} \quad \text{mit} \quad T = \frac{1}{f} = 2,51 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

$$\text{d. } W_{\text{ges}} = \frac{1}{2} L J_0^2 = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} \quad \text{d.h. für die maximale Ladung } Q_{0,n} \text{ nach der Zeit } n \cdot T \text{ gilt}$$

$$(Q_{0,n})^2 = Q_0^2 \cdot 0,95^{2n} \Rightarrow Q_{0,n} = Q_0 \cdot 0,95^{0,5 \cdot n}$$

wegen $Q(t) = C \cdot U(t) \Rightarrow U_{0,n} = U_0 \cdot 0,95^{0,5 \cdot n}$ d.h. $1,0 \text{ V} = 12 \text{ V} \cdot 0,95^{0,5 \cdot n}$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{1}{12}\right) = 0,5 \cdot n \cdot \ln(0,95) \Rightarrow n = 2 \cdot \frac{\ln\left(\frac{1}{12}\right)}{\ln(0,95)} = 96,9$$

nach $t_2 \approx 97 \cdot T = \frac{97 \cdot 2\pi}{\omega} = 2,4 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ beträgt die maximale Spannung am Kondensator noch etwa 1,0 V.

$$\text{e. } Q_{0,1} = Q_0 \cdot e^{-\frac{R}{2L} \cdot T} \Rightarrow 0,95 = e^{-\frac{R}{2L} \cdot T} \Rightarrow \ln(0,95) = -\frac{R}{2L} \cdot T \Rightarrow$$

$$R = -\frac{2L \cdot \ln(0,95)}{T} = \frac{2 \cdot 0,016 \text{ H} \cdot \ln(0,95)}{2,51 \cdot 10^{-4} \text{ s}} = 6,5 \Omega$$

$$\omega_R = \sqrt{\omega^2 - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} = 2,4999... \cdot 10^4 \frac{1}{\text{s}} = \omega \quad \text{d.h. der Widerstand verändert } f \text{ nicht.}$$