

## LK Physik \* Radioaktives Zerfallsgesetz

1. In einer abgeschlossenen Ionisationskammer sind  $1,0 \cdot 10^{-6} \text{ g}$  radioaktives Gas (relative Atommasse 220, Halbwertszeit 52 s).  
Wie viele unzerfallene Atome sind nach drei Minuten noch vorhanden?
2. Die Halbwertszeit eines Poloniumisotops beträgt 138 Tage.  
Welche Menge ist von 12 g dieses Poloniums in 30 Tagen zerfallen?
3. Berechnen Sie die Halbwertszeit und die Zerfallskonstante von Uran 234, wenn von einer Probe in 1000 Jahren 0,28% zerfallen!
4. a) Berechnen Sie die Zerfallskonstante von Uran, das eine Halbwertszeit von  $4,5 \cdot 10^9 \text{ a}$  hat. Um welches Uranisotop handelt es sich?  
b) Berechnen Sie die Zahl der Atome, die pro Stunde von 1,0 mg Uran dieses Isotops zerfallen.  
c) Wie viele Uranatome sind von 1,0 mg Uran dieses Isotops nach  $1,0 \cdot 10^{11} \text{ Jahren}$  noch übrig?
5. Radioaktives Kobalt 60 besitzt eine Aktivität von  $3,7 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}$ .  
Welche Aktivität hat dieselbe Substanz nach drei Jahren, wenn ihre Halbwertszeit 5,3 a beträgt?
6. Wie viel Gramm Thorium 232 (Halbwertszeit siehe Formelsammlung) ergeben eine Aktivität von  $10 \mu\text{Ci}$  ?
7. Marie und Pierre Curie stellten bei einer radioaktiven Probe der Masse  $m \approx 1 \mu\text{g}$  und der Atommasse  $A \approx 200$  folgende Versuchsergebnisse fest:
  - Die Probe produziert in einem Kalorimeter ca. 0,17 J pro Stunde.
  - In einem Spintariskop, das 60 cm von der Probe entfernt ist und eine Fläche von  $0,1 \text{ mm}^2$  umfasst, zählt man durchschnittlich 13 Lichtblitze pro Minute.a) Schätzen Sie aus den gegebenen Daten die Halbwertszeit der Probe ab.  
Nehmen Sie hierbei vereinfachend einen einstufigen Zerfall an.  
b) Welche Energie (in J bzw. MeV) wird in etwa pro Zerfallsakt frei?  
Würdigen Sie das Ergebnis kritisch!
8. Die Aktivität eines in der Medizin zur Krebsbehandlung benützten radioaktiven Präparats verringert sich in der Zeit  $t$  um  $k$  %.  
Zeigen Sie, dass für die Halbwertszeit des Präparats gilt:
$$T_{1/2} = \frac{-t \cdot \ln 2}{\ln \left( 1 - \frac{k}{100} \right)}$$
9. Ein radioaktives Nuklid kann auf zwei unterschiedliche Arten zerfallen. Die Halbwertszeiten für Zerfall 1 bzw. Zerfall 2 betragen 22 s bzw. 48 s.
  - a) Mit welcher Halbwertszeit zerfällt die radioaktive Substanz insgesamt?  
(Hinweis: Was gilt für die Aktivitäten?)
  - b) Bestimmen Sie den Prozentsatz der Probe, der nach der Zerfallsart 1 zerfällt!

## Lösungen zum Aufgabenblatt „Radioaktives Zerfallsgesetz“

$$1. N_o = \frac{1,0 \cdot 10^{-6} \text{ g}}{1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 6,02 \cdot 10^{17} ; N(3,0 \text{ min}) = N_o \cdot e^{-\frac{3 \cdot 60 \text{ s} \cdot \ln(2)}{52 \text{ s}}} = 0,090776 \dots N_o = 5,5 \cdot 10^{16}$$

$$2. \Delta N = N_o - N_o \cdot e^{-\frac{30 \cdot \ln 2}{138}} = 0,14 \cdot N_o \Rightarrow \Delta m = 0,14 \cdot m = 0,14 \cdot 12 \text{ g} = 1,7 \text{ g}$$

$$3. (1 - 0,28\%) \cdot N_o = N_o \cdot e^{-\frac{1000a \cdot \ln 2}{T_{1/2}}} \Rightarrow \ln(0,9972) = -\frac{1000a \cdot \ln 2}{T_{1/2}} \Rightarrow T_{1/2} = 2,5 \cdot 10^5 \text{ a}$$

$$4. \text{ a) } \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{4,5 \cdot 10^9 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}} = 4,88 \cdot 10^{-18} \frac{1}{\text{s}} \quad \text{Es handelt sich um Uran 234.}$$

$$\text{ b) } 1 \text{ mg} \hat{=} \frac{6,022 \cdot 10^{23}}{238 \cdot 1000} = 2,53 \cdot 10^{18} \text{ Teilchen} = N_o$$

$$A = \lambda \cdot N_o = 4,88 \cdot 10^{-18} \frac{1}{\text{s}} \cdot 2,53 \cdot 10^{18} = 12,3 \frac{1}{\text{s}} ;$$

das ergibt pro Stunde  $12,3 \cdot 3600 = 4,4 \cdot 10^4$  Zerfälle.

$$\text{ c) } N(1,0 \cdot 10^{11} \text{ a}) = N_o \cdot e^{-\frac{10^{11} \ln 2}{4,5 \cdot 10^9}} = 2,04 \cdot 10^{-7} \cdot N_o = 5,2 \cdot 10^{11}$$

$$5. A(3,0 \text{ a}) = A_o \cdot e^{-\frac{3 \cdot \ln 2}{5,3}} = 3,7 \cdot 10^{12} \frac{1}{\text{s}} \cdot e^{-\frac{3 \cdot \ln 2}{5,3}} = 2,5 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}$$

$$6. 10 \mu\text{Ci} = 10 \cdot 10^{-6} \cdot 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq} = 3,7 \cdot 10^5 \frac{1}{\text{s}} ; T_{1/2} = 1,4 \cdot 10^{10} \text{ a}$$

$$A = \lambda \cdot N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot N \Rightarrow N = \frac{A \cdot T_{1/2}}{\ln 2} = \frac{3,7 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1} \cdot 1,4 \cdot 10^{10} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}}{\ln 2} = 2,4 \cdot 10^{23} \hat{=} 92 \text{ g}$$

$$7. N_o = \frac{6,022 \cdot 10^{23} \cdot 10^{-6}}{200} = 3,0 \cdot 10^{15} ; A = \frac{4r^2 \cdot \pi}{F} \cdot \frac{13}{60 \text{ s}} = \frac{4 \cdot (600 \text{ mm})^2 \cdot \pi \cdot 13}{0,1 \text{ mm}^2 \cdot 60 \text{ s}} = 9,8 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$$

$$\text{ a) } T_{1/2} = \frac{N_o \cdot \ln 2}{A} = \frac{3,0 \cdot 10^{15} \cdot \ln 2}{9,8 \cdot 10^6} \text{ s} = 6,7 \text{ a}$$

$$\text{ b) } E = \frac{0,17 \text{ J}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{1}{9,8 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}} = 4,8 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 30 \text{ MeV}$$

30 MeV ist für einen Zerfallsprozess zu groß.

Erklärungsversuche:

Alphateilchen, die zur Wärmeentwicklung beitragen, kommen nicht bis zum Spintariskop!

Nachweiswahrscheinlichkeit für Beta- bzw. Gammastrahlung im Spintariskop kleiner als 100%.

$$8. A(t) = (1-k\%) \cdot A_0 \text{ und } A(t) = A_0 \cdot e^{-\frac{t \cdot \ln 2}{T_{1/2}}} \Rightarrow 1-k\% = e^{-\frac{t \cdot \ln 2}{T_{1/2}}} \Rightarrow$$

$$\ln\left(1 - \frac{k}{100}\right) = -\frac{t \cdot \ln 2}{T_{1/2}} \Rightarrow T_{1/2} = \frac{-t \cdot \ln 2}{\ln\left(1 - \frac{k}{100}\right)}$$

$$9. \text{ a) Gesamtaktivität } A = A_1 + A_2 = \frac{N \cdot \ln 2}{T_{1/2,1}} + \frac{N \cdot \ln 2}{T_{1/2,2}} = N \cdot \ln 2 \cdot \left(\frac{1}{22s} + \frac{1}{48s}\right) = N \cdot \ln 2 \cdot \frac{1}{15s}$$

$$\text{d.h. } T_{1/2, \text{ges}} = 15s$$

$$\text{b) Wegen } \Delta N \sim A \sim \frac{1}{T_{1/2}} \text{ gilt } \frac{\Delta N_{\text{Zerfall 1}}}{\Delta N_{\text{Zerfall 2}}} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{T_{1/2,2}}{T_{1/2,1}} = \frac{48s}{22s} = \frac{24}{11}$$

$$\text{also folgt } \frac{\Delta N_{\text{Zerfall 1}}}{\Delta N_{\text{Zerfall gesamt}}} = \frac{24}{11+24} = \frac{24}{35} = 67\%$$

67% der Probe zerfallen (mit der Halbwertszeit 15s) nach Zerfallsart 1 und 33% der Probe nach Zerfallsart 2.