Übungsblatt für die Jahrgangsstufe 11
Vorbereitung zur 1. Schulaufgabe

1. Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich.

a) $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 6}$ b) $g(x) = \frac{x^2 - x}{6 - x - x^2}$

c) $h(x) = \sqrt{\frac{x-2}{3x+4}}$ d) $k(x) = \frac{|2x - 3|}{|4x+5| - 6x}$

2. Bestimmen Sie alle Nullstellen.

a) $f(x) = x^3 - x^2 - 3x + 2$ b) $g(x) = 1 - 2x - 3x^2$

c) $h(x) = \frac{|x-2| - |x+1| + x}{3x}$ d) $k(x) = \frac{x^4 - 2x^2 - 8}{\sqrt{3 - 2x}}$

3. Prüfen Sie auf Symmetrie.

a) $f(x) = \frac{x^3}{x^4 - 4}$ b) $g(x) = 3 - \sqrt{x^2 + 4x - 12}$

c) $h(x) = \frac{|x|}{x^2 - 1} \cdot \operatorname{sgn}(x)$ d) $k(x) = \frac{x^2 + 2|x|}{\operatorname{sgn}(x)}$

4. In welchen Intervallen ist die Funktion streng monoton wachsend?
Geben Sie in diesen Intervallen die zugehörige Umkehrfunktion an!

a) $f(x) = 2x^2 - 6x + 1{,}5$ b) $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$

c) $h(x) = |4 - 3x| + 2x$ d) $k(x) = \left|x^2 - x\right| \cdot \operatorname{sgn}(x)$

Komplexe Zahlen

5. Berechne

a) $\frac{5 - 3i}{3 + 4i} + \sqrt{2}\, E(75^o) \cdot \frac{1}{5} E(330^o) =$

b) $\frac{i}{1+i} - \frac{1+i}{i} =$ c) $\frac{E(73^o)}{2 - i} \cdot \frac{3 - 2i}{\sqrt{2}\, E(28^o)} =$

6. Löse die Gleichung in der Grundmenge C .

a) $i \cdot z - (3 + 3\sqrt{3}\, i) : 2E(60^o) = i$ b) $z^2 + 4iz = 6i - 4$

c) $z + 2z^* = 3i - 2$ d) $z^2 = -16 + 12i$

G.R.

Lösungen **zum Übungsblatt**

1. a) $D_f = R$ b) $D_g = R \setminus \{ -3 ; 2 \}$ c) $D_h = R \setminus [-\frac{4}{3} ; 2 [$ d) $R \setminus \{ \frac{5}{2} \}$

2. a) $x_1 = 2$ (raten!), nach Polynomdivision $x_{2/3} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$ b) $x_1 = \frac{1}{3}$; $x_2 = -1$
   c) $x_1 = -3$; $x_2 = 1$; $x_3 = 3$ (s.u.) d) $x_1 = -2$ ($x_2 = +2 \notin D_k$)

3. a) $f(-x) = -f(x)$; Punktsymmetrie zum Ursprung (0;0)
   b) $g(-2 + x) = g(-2 - x)$; Achsensymmetrie zu $x = -2$
   c) $h(-x) = -h(x)$; Punktsymmetrie zum Ursprung
   d) $k(-x) = -k(x)$; Punktsymmetrie zum Ursprung

4. a) $f = f_1$ ist in $] -\infty ; 1{,}5]$ streng mon. fallend; $f_1^{-1}(x) = 1{,}5 - \sqrt{\frac{x+3}{2}}$ für $x \geq -3$
   $f = f_2$ ist in $[1{,}5 ; \infty [$ streng mon. wachsend; $f_2^{-1}(x) = 1{,}5 + \sqrt{\frac{x+3}{2}}$ für $x \geq -3$
   b) $g = g_1$ ist in $[-2 ; 0]$ str. mon. wachs. ; $g_1^{-1}(x) = -\sqrt{4 - x^2}$ für $0 \leq x \leq 2$
   $g = g_2$ ist in $[0 ; 2]$ str. mon. fall. ; $g_2^{-1}(x) = +\sqrt{4 - x^2}$ für $0 \leq x \leq 2$
   c) $h = h_1$ ist in $] -\infty ; \frac{4}{3}]$ str. mon. fall. ; $h_1^{-1}(x) = 4 - x$ für $x \geq \frac{8}{3}$
   $h = h_2$ ist in $[\frac{4}{3} ; \infty [$ str. mon. wachs. ; $h_2^{-1}(x) = \frac{4+x}{5}$ für $x \geq \frac{8}{3}$
   d) $k = k_1$ ist in $[-\infty ; 0{,}5]$ str. mon. wachs. ; $k_1^{-1}(x) = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - x}$ für $x \leq \frac{1}{4}$
   $k = k_2$ ist in $[0{,}5 ; 1]$ str. mon. fall. ; $k_2^{-1}(x) = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - x}$ für $0 \leq x \leq \frac{1}{4}$
   $k = k_3$ ist in $[1 ; \infty [$ str. mon. wachs. ; $k_3^{-1}(x) = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + x}$ für $x \geq 0$

5. a) $0{,}32 - 0{,}96\,i$ b) $-0{,}5 + 1{,}5\,i$ c) $0{,}9 + 0{,}7\,i$

6. a) $z = 1 - 3i$ b) $z_1 = 1 + 3i$; $z_2 = -1 - 3i$;
   c) $z = -\frac{2}{3} - 3i$ d) $z_1 = \sqrt{2} + 3\sqrt{2}\,i$; $z_2 = -\sqrt{2} - 3\sqrt{2}\,i$;

Was sollte man aus früheren Jahrgangsstufen immer perfekt beherrschen?

Lösen einer quadratischen Gleichung!
Bestimmen des Scheitels einer Parabel
Falls Nullstellen x_1 und x_2 vorhanden sind : $x_S = 0{,}5 \cdot (x_1 + x_2)$
Falls keine Nullstellen vorhanden sind mit Hilfe einer quadratischen Ergänzung
Abschnittsweise Angabe des Funktionsterms einer Funktion mit Beträgen.
Beispiel:

Lösung von 2 c)

$$h(x) = \frac{|x-2| - |x+1| + x}{3x} = \begin{cases} \frac{x-3}{3x} & ; \text{ falls } 2 \leq x \\ \frac{1-x}{3x} & ; \text{ falls } -1 \leq x < 0 \text{ bzw. } 0 < x < 2 \\ \frac{x+3}{3x} & ; \text{ falls } x < -1 \end{cases}$$

G.R.